Thème 2 : Mouvements et interactions

Partie 3. Modéliser l'écoulement d'un fluide

CHAP 15-EXOS mécanique des fluides-CORRIGE

Exercices en autonomie: EC p403 n°3*-6*-7*/QCM p.413 n°9 à 16/ER p414 n°17-18-19-20/EC p418 n°22*-24*-26*-28*-30*-31*

Exercices p.418 et suiv: n°23-27-29-30*-33-35-38-42

23 La pierre ponce est une roche volcanique poreuse dont la masse volumique moyenne peut être inférieure à celle de l'eau. Un cube de pierre ponce de côté $c = 3,1$ cm a pour masse $m = 27$ g.

1. Calculer le volume V du cube et en déduire la masse volumique ρ_{pp} de la pierre ponce.
2. On plonge entièrement le cube dans l'eau douce.

a. Déterminer le poids $\vec{P}$ et la poussée d'Archimède $\vec{A}$ subies par le cube.

b. On lâche le cube. Va-t-il remonter à la surface ou couler ?

23 1. $V = c^3 = 3,0 \times 10^{-5}$ m³

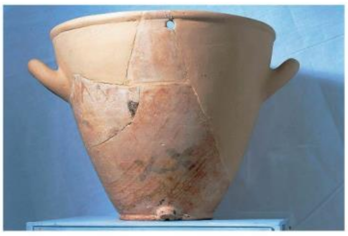
et $\rho_{pp} = \dfrac{m}{V} = 9,0 \times 10^2$ kg·m⁻³

2. a. Le poids $\vec{P}$ est vertical dirigé vers le bas et $P = mg = 0,26$ N.

La poussée d'Archimède $\vec{A}$ est verticale dirigée vers le haut et $A = \rho_{eau}Vg = 0,29$ N.

b. $A > P$ donc le cube remonte.

27 Une clepsydre est un récipient qu'on emplit d'eau et possédant un petit orifice à sa base. La différence d'altitude entre un point A à la surface de l'eau et l'orifice B de sortie est $z_A - z_B = H = 12$ cm. La pression qui règne en ces deux points est égale à P_0, la pression atmosphérique. La vitesse v_A de descente de la surface de l'eau dans la clepsydre est négligeable devant la vitesse v_B de l'eau à la sortie de l'orifice.



■ Par application de la relation de Bernoulli entre A et B, calculer la vitesse v_B de sortie de l'eau.

27 La relation de Bernoulli s'écrit :

$$P_0 + \frac{\rho_{eau} v_A{}^2}{2} + \rho_{eau} g z_A = P_0 + \frac{\rho_{eau} v_B{}^2}{2} + \rho_{eau} g z_B$$

donc $v_B = \sqrt{2g(z_A - z_B)} = 1,5$ m·s⁻¹.

29 Un liquide incompressible et parfait de masse volumique $\rho = 850$ kg·m⁻³ s'écoule dans une canalisation horizontale, avec un débit $D_V = 1,5$ L·s⁻¹.

La section de la canalisation passe de $S_A = 12$ cm² au point A à $S_B = 3,0$ cm² au point B.

On note P_A et P_B les pressions et v_A et v_B les vitesses en ces deux points.

La pression en A vaut $P_A = 1,0 \times 10^5$ Pa.

a. Calculer les vitesses v_A et v_B.

b. Par application de la relation de Bernoulli entre A et B, calculer la pression P_B.

c. Nommer l'effet mis en évidence.

29 a. $v_A = \dfrac{D_V}{S_A} = 1,3$ m·s⁻¹ et $v_B = \dfrac{D_V}{S_B} = 5,0$ m·s⁻¹

b. $P_B = P_A + \dfrac{\rho(v_A{}^2 - v_B{}^2)}{2} = 8,0 \times 10^4$ Pa

c. C'est l'effet Venturi.

30 Scaphandrier

Exploiter un énoncé

Pour marcher au fond de l'eau, un scaphandrier utilise des semelles de plomb. On assimile une de ces semelles à un parallélépipède rectangle dont la masse volumique est $\rho_{Pb} = 11{,}3 \times 10^3$ kg·m^{-3}.

■ Pourquoi cette semelle coule-t-elle quand on l'immerge dans l'eau ?

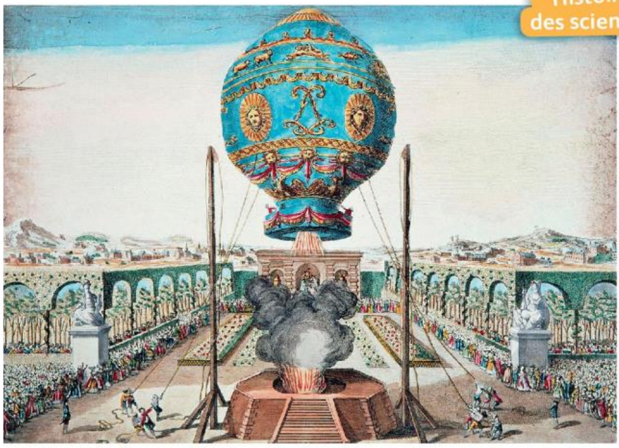
30 Si on note V le volume de la semelle, la norme de son poids vaut $P = \rho_{Pb}Vg$ et celle de la poussée d'Archimède vaut $A = \rho_{eau}Vg$. Quelle que soit la valeur de V, $A < P$ donc la semelle coule.

33 Premier vol habité en montgolfière BAC

Effectuer un calcul

Le 19 octobre 1793, dans le quartier du faubourg Saint-Antoine à Paris, eut lieu le premier vol habité (captif) à bord d'une montgolfière, réalisation des frères Montgolfier, formée d'une enveloppe de toile de coton et de papier, gonflée à l'air chaud.

Histoire des sciences



Le volume de la montgolfière est estimé à $V = 2\,200$ m^3, la masse de l'enveloppe, de la nacelle et de son passager (Jean-François Pilâtre de Rozier), à $m = 500$ kg. On note m_{ac} la masse de l'air chaud qu'elle contient. La montgolfière s'est élevée dans l'air de masse volumique $\rho_a = 1{,}23$ kg·m^{-3}.

a. Préciser la direction et le sens, et calculer la norme de la poussée d'Archimède $\vec{A}$ exercée sur le système formé de la montgolfière, de l'air chaud qu'il contient et de son passager.

b. En supposant que ce système est resté quelques instants en équilibre mécanique à son altitude maximale de 81 m, exprimer son poids.

En déduire la masse totale du système.

c. Calculer la masse m_{ac} de l'air chaud et en déduire sa masse volumique ρ_{ac}.

d. L'équation d'état du gaz parfait (Chapitre 15) permet de calculer la température de l'air chaud : $T = \dfrac{PM}{\rho_{ac}R}$

Calculer la valeur de la température T avec :
$M = 29$ g·mol^{-1}, $P = 1{,}0 \times 10^5$ Pa et $R = 8{,}3$ J·K^{-1}·mol^{-1}.

33 a. $\vec{A}$ est verticale dirigée vers le haut et $A = \rho_{air\ frais}Vg = 26{,}5$ kN.

b. À l'équilibre, $P = A = 26{,}5$ kN

donc $m_{totale} = \dfrac{A}{g} = 2{,}7 \times 10^3$ kg.

c. Par différence, $m_{ac} = m_{totale} - m = 2{,}2 \times 10^3$ kg

donc $\rho_{ac} = \dfrac{m_{ac}}{V} = 1{,}0$ kg·m^{-3}.

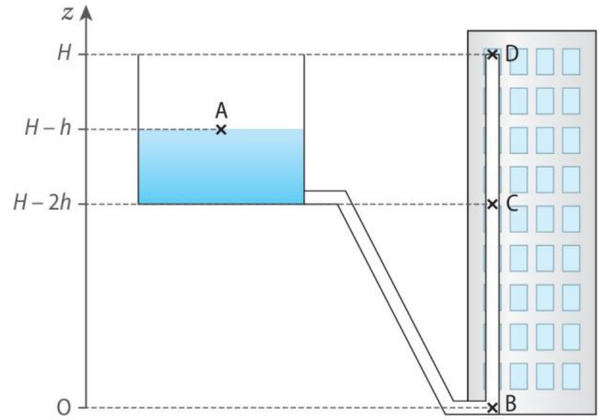
d. $T = \dfrac{1{,}0 \times 10^5 \times 29 \times 10^{-3}}{1{,}0 \times 8{,}3} = 350$ K

35 Alimentation en eau d'un gratte-ciel

Exploiter un énoncé

Simulateur
Mécanique des fluides
hatier-clic.fr/pct420

La figure ci-dessous schématise un gratte-ciel de hauteur $H = 150$ m. L'axe (Oz) est vertical, dirigé vers le haut, et le point O est au pied de l'immeuble.



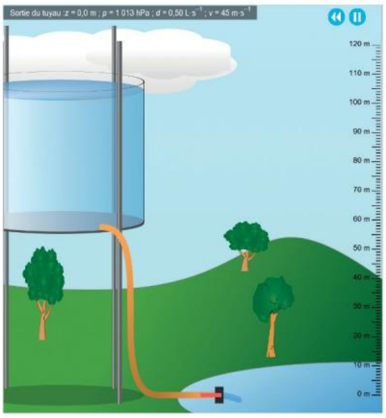
Un réservoir d'eau contient une hauteur d'eau h, A est un point de la surface de l'eau, à l'altitude $H - h$. La hauteur d'eau h restant constante, la vitesse v_A de l'eau en ce point est nulle. B, C et D désignent trois robinets, dont la section de sortie a pour aire $s = 11$ mm^2, aux altitudes respectives $z_B = 0$ m, $z_C = H - 2h$ et $z_D = H$.

L'eau est assimilée à un fluide incompressible et non visqueux. La pression atmosphérique $P_0 = 1{,}0 \times 10^5$ Pa est supposée uniforme dans l'air.

Lors de l'écoulement de l'eau par un robinet, on se place en régime permanent.

1. On ouvre le robinet B. C et D restent fermés.

a. Par application de la relation de Bernoulli entre A et B, exprimer la vitesse de sortie v_B de l'eau par ce robinet en fonction de H, h et g. En déduire le débit $D_{V,B}$ sortant du robinet B en fonction de H, h, g et s.



b. On voudrait remplir un seau de volume $V = 5{,}0$ L en une durée $\Delta t_B = 10$ s.
Calculer la valeur de h.

c. Vérifier cette valeur en utilisant le simulateur disponible à l'adresse hatier-clic.fr/pct420.

2. On ouvre le robinet C et on ferme B et D.

a. Grâce au simulateur, déterminer le débit $D_{V,C}$ de l'eau sortant du robinet C.

b. En déduire la durée de remplissage Δt_C du seau de volume $V = 5{,}0$ L.

3. On ouvre le robinet D et on ferme B et C.
On suppose que l'eau s'écoule en D.

a. Par application de la relation de Bernoulli, exprimer v_D^2 en fonction de ρ, h et g.

b. Que peut-on en conclure ?

35 1. a. En appliquant la relation de Bernoulli (les hypothèses sont bien vérifiées) entre A et B, on a : $P_A = P_0$, $v_A = 0$ et $z_A = H - h$ et lorsque le robinet B est ouvert, $P_B = P_0$

donc $P_0 + \frac{1}{2}\rho \times 0^2 + \rho g(H + h) = P_0 + \frac{1}{2}\rho v_B^2 + \rho g \times 0$

donc $v_B = \sqrt{2g(H - h)}$.

On en déduit : $D_{V,B} = v_B s = s\sqrt{2g(H - h)}$.

b. Le débit vaut $D_{V,B} = \frac{V}{\Delta t_B}$ donc $2g(H - h) = \frac{V^2}{s^2 \Delta t_B{}^2}$

et $h = H - \frac{V^2}{2gs^2\Delta t_B{}^2} = 45$ m.

c. On entre les valeurs de H et h dans le simulateur et on vérifie le résultat.

2. a. On doit obtenir un débit proche de :
$D_{V,C} = 3{,}8 \times 10^{-4}$ m^3·s^{-1} = 0,38 L·s^{-1}

b. Le remplissage du seau dure donc $\Delta t_C = \frac{V}{D_{V,C}} = 13$ s.

3. a. $P_0 + \frac{1}{2}\rho \times 0^2 + \rho g(H - h) = P_0 + \frac{1}{2}\rho v_D^2 + \rho g H$

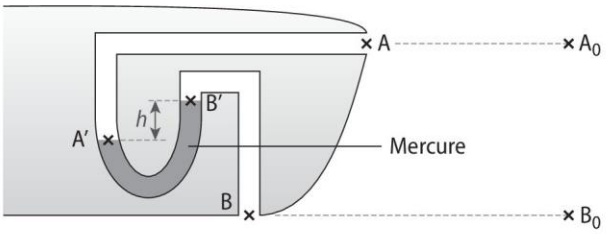
donc $v_D^2 = -2gh < 0$.

b. Un carré ne peut être négatif : l'eau ne coule donc pas par le robinet D.

38 Mesure de la vitesse d'un avion par tube de Pitot

Utiliser ses connaissances

Un avion se déplace à la vitesse constante $\vec{v}$ par rapport à l'air qui l'entoure. Dans le référentiel de l'avion, tout se passe comme si l'avion était immobile et l'air se déplaçait à la vitesse $-\vec{v}$ par rapport à l'avion.
Cet avion est muni d'une « sonde à tube de Pitot » : un premier tuyau débouche à l'avant de la sonde et un second sur son flanc.
Le dispositif est décrit dans le schéma ci-dessous.



On travaille dans le référentiel de l'avion.
L'air est assimilé à un fluide incompressible, de masse volumique $\rho_{air} = 1{,}2\ kg{\cdot}m^{-3}$, et non visqueux.
Le point A, sur le nez de l'appareil, forme un point d'arrêt car l'air ne peut pas aller plus loin dans le tube : la vitesse de l'air vaut $\vec{v}_A = \vec{0}$.
Au niveau du point B, l'air glisse le long de la carlingue à la vitesse $\vec{v}_B = -\vec{v}$.

a. On considère la ligne de courant horizontale qui joint un point A_0 très loin de l'avion et le point A. La pression en A_0 est égale à la pression atmosphérique P_0.
Par application de la relation de Bernoulli le long de cette ligne, déterminer la pression P_A au point A.

b. On considère la ligne de courant horizontale qui joint un point B_0 très loin de l'avion et le point B. La pression en B_0 est égale à la pression atmosphérique P_0.
Par application de la relation de Bernoulli le long de cette ligne, déterminer la pression P_B au point B.

c. Pour permettre la mesure de la différence de pression entre les points A et B, le dispositif comporte un tube en U relié aux deux tuyaux et dans lequel on place du mercure de masse volumique $\rho_{Hg} = 13{,}5 \times 10^3\ kg{\cdot}m^{-3}$.
On admet que les pressions de part et d'autre de la colonne de mercure valent $P_{A'} = P_A$ et $P_{B'} = P_B$.
En plein vol, on observe une différence d'altitude $h = z_{B'} - z_{A'}$ entre les points A′ et B′.
On travaille dans le référentiel de l'avion. Les points A′ et B′ sont immobiles et, dans ce cas, la relation de Bernoulli s'apparente à la loi de la statique des fluides.
En déduire la relation entre $P_{A'}$, $P_{B'}$, ρ_{Hg}, g et h.

d. On mesure une différence d'altitude $h = 7{,}8$ cm.
Calculer la vitesse v de l'avion.

Pour info
Le tube de Pitot n'est pas adapté à la mesure de vitesse des avions supersoniques (dont la vitesse est supérieure ou égale à Mach 1) car l'hypothèse d'incompressibilité de l'air n'est plus valable dans ce cas.

38 a. $P_A + \frac{1}{2}\rho_{air} \times 0^2 = P_0 + \frac{1}{2}\rho_{air}v^2$

donc $P_A = P_0 + \frac{1}{2}\rho_{air}v^2$.

b. $P_B + \frac{1}{2}\rho_{air}v^2 = P_0 + \frac{1}{2}\rho_{air}v^2$ donc $P_B = P_0$.

c. $P_{A'} + \frac{1}{2}\rho_{Hg} \times 0^2 + \rho_{Hg}gz_{A'} = P_{B'} + \frac{1}{2}\rho_{Hg} \times 0^2 + \rho_{Hg}gz_{B'}$

donc $P_{A'} - P_{B'} = \rho_{Hg}gh$.

d. On en déduit $P_0 + \frac{1}{2}\rho_{air}v^2 - P_0 = \rho_{Hg}gh$

donc $\frac{1}{2}\rho_{air}v^2 = \rho_{Hg}gh$ et $v = \sqrt{2\frac{\rho_{Hg}}{\rho_{air}}gh} = 130\ m{\cdot}s^{-1}$.

42 L'accident et le naufrage du Titanic

Le 14 avril 1912, le navire Titanic a été éventré par un éperon de glace d'un iceberg.

1. Flottaison de l'iceberg

Un iceberg, modélisé par un cylindre de glace, d'axe vertical, de hauteur H_g et de section d'aire S_g, est à l'équilibre à la surface de la mer. La hauteur immergée vaut h_g.

1.1. Exprimer le poids $\vec{P}$ du cylindre et la poussée d'Archimède $\vec{A}$ exercée sur lui par l'eau de mer.

1.2. Calculer la valeur du quotient $\frac{h_g}{H_g}$.

1.3. Le volume total de l'iceberg est noté V_g, son volume immergé, V_i. Calculer le quotient $\frac{V_i}{V_g}$.

1.4. Le dessin ci-contre, publié en 1912, donne la forme présumée de l'iceberg que le commandant du Titanic a pensé contourner.

Proposer une explication à l'imprudence du capitaine et à l'éventration de la coque.

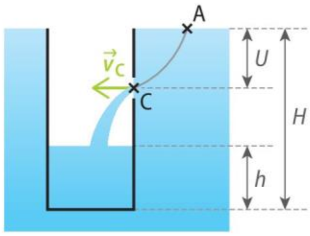
2. Flottaison du navire

Le Titanic est modélisé par une coque cylindrique de masse $M = 52 \times 10^3$ t, de hauteur $H = 25$ m, fermée à sa base et ouverte en haut, de base d'aire $S = 4{,}0 \times 10^3$ m^2.

Il présente une voie d'eau modélisée par un orifice de centre C et d'aire $s = 1{,}8$ m^2 par lequel l'eau entre et s'accumule dans la coque. On note h la hauteur d'eau dans la coque et on se place à la limite de flottaison, la coque étant presque totalement immergée.

2.1. Exprimer le poids $\vec{P}$ du système {coque ; eau}.

2.2. Exprimer la poussée d'Archimède $\vec{A}$ exercée sur ce système.



2.3. En déduire la hauteur d'eau maximale dans la coque h_{max} pour laquelle le navire ne coule pas.

3. Estimation de la durée du naufrage

La date t est mesurée depuis la création de la voie d'eau. Malgré l'enfoncement progressif du navire, on suppose pour simplifier que la profondeur de la voie d'eau est constante, soit $U = 10$ m.

3.1. En considérant la ligne de courant (AC), calculer la vitesse v_C de l'eau en C.

3.2. En déduire le débit volumique D_V de l'eau entrant dans la coque.

3.3. En déduire le volume $V(t)$ et la hauteur $h(t)$ d'eau dans la coque à la date t.

3.4. Calculer la date t à laquelle le navire coule.

DES CLÉS POUR RÉUSSIR

1.4. Il faut utiliser les résultats des questions précédentes, le schéma donné, et s'appuyer sur ceux-ci pour expliquer les deux points évoqués.

3.4. Cette question nécessite la synthèse des résultats des questions précédentes de l'exercice.

42 1.1. $\vec{P} = \rho_{glace} S H \vec{g}$ et $\vec{A} = -\rho_{eau\ de\ mer} S h \vec{g}$

1.2. À l'équilibre de l'iceberg : $\vec{P} + \vec{A} = \vec{0}$

donc $P = A$ et $\frac{h_g}{H_g} = \frac{\rho_{glace}}{\rho_{eau\ de\ mer}} = 0{,}898$.

1.3. $\frac{V_i}{V_g} = \frac{S h_g}{S H_g} = 0{,}898$

1.4. Le volume émergé de l'iceberg valant environ 10 % du volume total, il est possible qu'un éperon de glace soit caché sous la surface de l'eau. Le capitaine aurait donc dû passer beaucoup plus loin de l'iceberg. L'éperon de glace est assez solide pour résister à l'impact avec la coque du navire, et si le navire passe vite, l'éventration est possible.

2.1. $\vec{P} = (M + \rho_{eau\ de\ mer} S h)\vec{g}$

2.2. $\vec{A} = -\rho_{eau\ de\ mer} S H \vec{g}$

2.3. $A > P$ nécessite $h < H - \frac{M}{\rho_{eau\ de\ mer} S} = 12$ m.

3.1. Par application de la relation de Bernoulli :

$$P_0 + \frac{1}{2}\rho_{eau\ de\ mer} v_A^{\,2} + \rho_{eau\ de\ mer} g \times 0 = P_0 + \frac{1}{2}\rho_{eau\ de\ mer} v_C^{\,2} + \rho_{eau\ de\ mer} g(-U)$$

soit $v_C = \sqrt{2gU} = 14$ m·s^{-1}.

3.2. $D_V = v_C S = 25$ m^3·s^{-1}

3.3. $V(t) = D_V t$ soit $S h(t) = D_V t$ donc $h(t) = \frac{D_V}{S} t$.

3.4. On résout l'équation $h(t) = h_{max}$

donc $t = \frac{S h_{max}}{D_V} = 1{,}9 \times 10^3$ s soit environ 32 min.