Thème 2 : Mouvements et interactions

Partie 3. Modéliser l'écoulement d'un fluide

CHAP 21-COURS initiation à la mécanique des fluides

<u>Objectifs :</u>

- *Origine de la poussée d'Archimède*
- *Ecoulement d'un fluide incompressible en régime permanent*
- *Conservation du débit volumique*
- *Relation de Bernoulli*
- *Effet Venturi*

1. INTRODUCTION

1.1 Historique

La mécanique des fluides est une science qui s'intéresse aux comportements des fluides (gaz et liquides) au repos et en mouvement. On distingue :

- La statique des fluides : hydrostatique
- La dynamique des fluides : hydrodynamique

Son importance s'explique par le fondement théorique qu'elle offre à de nombreuses disciplines comme la météorologie, l'aérodynamique, l'étude des plasmas, …
La maîtrise de l'eau, comme de l'air, a intéressé les hommes depuis la préhistoire, pour résoudre les problèmes d'irrigation et utiliser la force du vent pour propulser les bateaux. C'est Archimède, au IIIème siècle av. J.-C., qui a été le véritable initiateur de la "mécanique des fluides " en énonçant le théorème qui porte son nom.

Tourbillon marginal (vortex) ; catapultage d'un F18.

Tourbillon marginaux (vortex) ; au soleil couchant, noter les deux tourbillons des volets et la répartition elliptique de la portance matérialisée par la condensation de l'humidité de l'air.

1.2 Définition d'un fluide :

Un fluide peut être considéré comme étant formé d'un grand nombre de particules matérielles, très petites et libres de se déplacer les unes par rapport aux autres. Un fluide est donc un milieu matériel continu, déformable, sans rigidité et qui peut s'écouler. Il a la propriété d'épouser la forme du récipient qui le contient.

Les fluides se divisent en deux groupes :

- Liquides : Corps peu compressibles et dont la masse volumique est importante (eau, huile,…)
- Gaz : corps très compressibles et même extensibles (dioxyde de carbone, Air,…)

<u>Fluide incompressible :</u>

Un fluide est dit incompressible lorsque le volume occupé par une masse donné ne varie pas en fonction de la pression extérieure. Les liquides peuvent être considérés comme des fluides incompressibles (eau, huile, etc.)

1.3 Propriétés physique d'un fluide

a) Masse volumique :

La masse volumique est le rapport entre une masse de matière homogène m et le volume V occupé par cette masse :

On écrit : $\boxed{\rho = \frac{m}{V}}$ Unité : Kg/m^3

Pour les liquides la masse volumique varie très peu avec la pression, mais plus sensiblement avec la température. ($\rho_{eau} = 1000\ kg/m^3$ à 4°C sous 1 atm)

b) Densité

La densité est le rapport de la masse volumique du corps étudié par rapport à celle d'un corps de référence.

$\boxed{d = \frac{\rho_{fluide}}{\rho_{référence}}}$ Sans unité

Les fluides de référence sont :

- L'eau pour les liquides
- L'air pour le gaz

2. STATIQUE DES FLUIDES

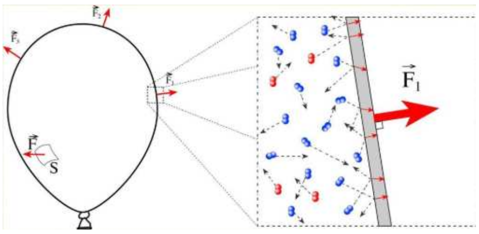
2.1 Pression

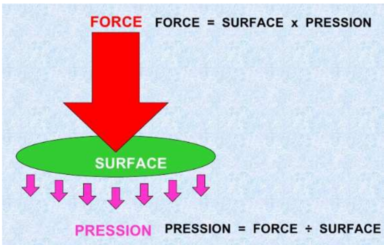
La pression est le rapport de l'intensité de la force pressante F sur l'aire S de la surface pressée :

$$\boxed{P = \frac{F}{S}}$$

Unités du S.I. : F en Newton
S en m²
P en Pascal (1 Pa = 1N/m²)

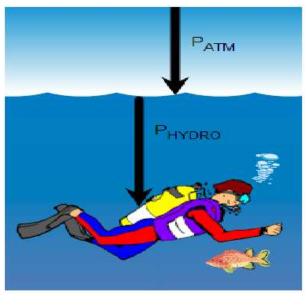
La force pressante est l'effet des molécules qui, au cours de leur mouvement, heurtent les parois du récipient qui les contient.





Autres unités :

1 bar = 10^5 Pa
1 atm = 1,013 10^5 Pa =1013 hPa



PRESSIONS EXERCÉES SUR UN PLONGEUR

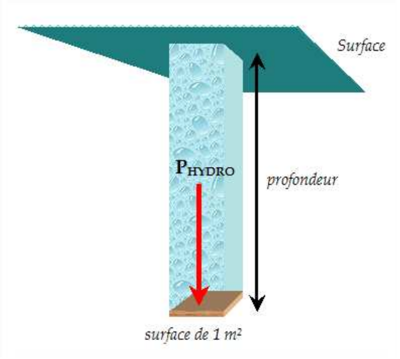
2.2 Pression atmosphérique

C'est la pression exercée par le poids de l'air qui entoure la terre. Elle diminue avec l'altitude.
Au niveau de la mer la pression atmosphérique est de 1 atm = 1,013 bar.
En altitude, la pression atmosphérique diminue de 0,1 bar tous les 1000 m.

2.3 Pression dans un liquide

A la surface d'un liquide à l'air libre, la pression est égale à la pression atmosphérique.
La pression dans le liquide augmente avec la profondeur z. En effet la pression totale est égale à la somme de la pression atmosphérique et de la pression hydrostatique P_{hydro} exercée par le poids de la colonne de liquide sur une surface S.

$$P_{hydro} = \frac{m \times g}{S}$$



m : masse du liquide (kg), g : intensité de la pesanteur (N.kg-1)
de plus $m = \rho \times V$, on en déduit :

$$P_{hydro} = = \frac{\rho \times V \times g}{S}$$

Comme par ailleurs $V = S \times z$:

$$P_{hydro} = \rho \times z \times g$$

Dans un liquide, à la profondeur z, la pression P est donnée par :

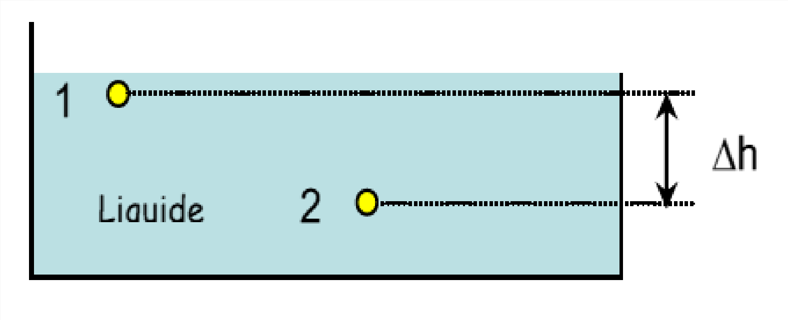
$$\boxed{P = P_{atm} + \rho \times g \times z}$$

P_{atm} : pression à la surface (Pa), ρ : masse volumique (kg. m^{-3}), g intensité de la pesanteur (N.kg^{-1}), z : profondeur (m)

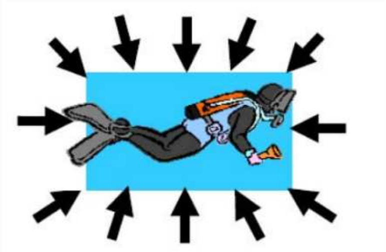
On en déduit la différence de pression entre deux points d'un liquide :

$$\boxed{P_2 - P_1 = \rho \times g \times (z_2 - z_1)}$$

Principe fondamental de la statique des fluides incompressibles



$$\boxed{P_2 - P_1 = \rho \times g \times \Delta h}$$



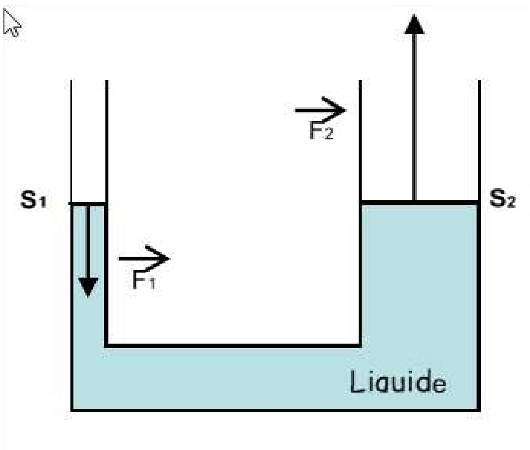
- **La pression en un point, ne dépend que de la profondeur :**
Quand on descend sous l'eau, la pression augmente d'1 bar tous les 10 m.

- **La pression en un point ne dépend pas de la direction :**
La pression hydrostatique (comme la pression atmosphérique) s'exerce dans toutes les directions (et pas simplement de haut en bas).

2.4 transmission de la pression dans un liquide

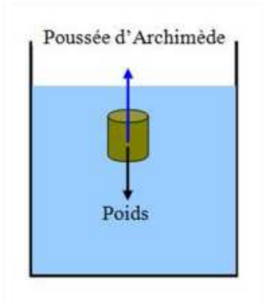
Un liquide étant incompressible, il transmet intégralement une variation de pression en l'un de ses points à tous les autres points, d'où la relation :

$$\boxed{\frac{F_1}{S_1} = \frac{F_2}{S_2}}$$



3. POUSSEE D’ARCHIMEDE

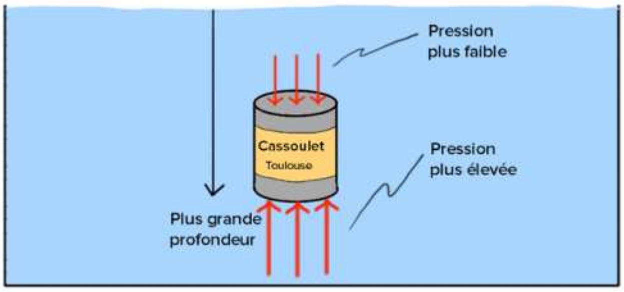
3.1 Qu’est-ce que la poussée d’Archimède



Quiconque a déjà tenté d'atteindre en nageant le fond d'une piscine pour y récupérer ses lunettes s'est rendu compte à quel point c'était difficile. En effet, une force tend à s'opposer au corps qui descend vers le fond et à pousser ce corps vers la surface. Cette force de poussée verticale qui s'applique à tout objet immergé dans un fluide s'appelle la **poussée d'Archimède**.

3.2 Origine de la poussée d’Archimède

Cette force est due à la différence de pression entre la base et le sommet de l'objet immergé. Pour illustrer, on prend l'exemple d’une boîte de cassoulet immergée dans une piscine.



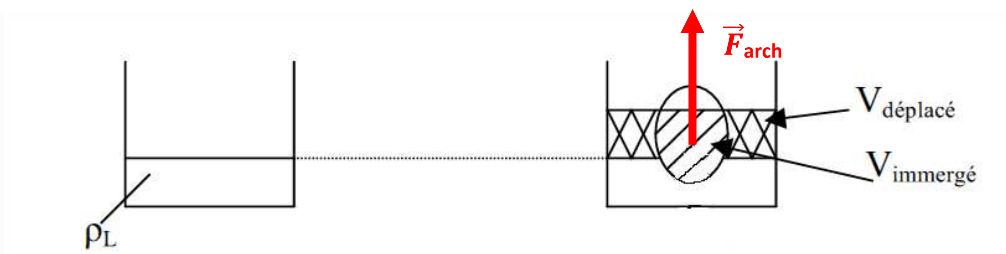
Comme la pression au sein du fluide augmente avec la profondeur, la force exercée par le fluide sur le sommet de la boîte de conserve, orientée vers le bas, est plus faible que celle qui est exercée sur la base du cylindre et orientée vers le haut.
Voilà essentiellement en quoi consiste la poussée d'Archimède. Elle vient simplement du fait que la force de pression exercée sur la base d'un objet (c.-à-d. la partie la plus immergée) est toujours plus grande que celle exercée sur son sommet (la partie la moins immergée). Autrement dit, la force de pression de l'eau qui pousse l'objet vers le haut est toujours plus grande que celle qui le pousse vers le bas.

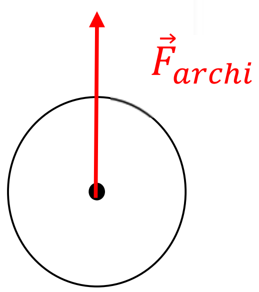
Remarque : Les forces exercées sur les parois verticales de la boîte s’annulent deux à deux par symétrie.

3.3 Enoncé du principe d’Archimède

Tout corps plongé (partiellement ou totalement) dans un fluide reçoit de la part de ce fluide une force (poussée) verticale, vers le haut dont l'intensité est égale au poids du volume de fluide déplacé (Si le fluide est incompressible, ce volume est donc égal au volume immergé du corps).

$$\vec{F}_{arch} = -\rho_{fluide}.V_{imm}.\vec{g}$$





Point d’application : Centre de masse de la partie immergée de l’objet
Direction : Verticale
Sens : Vers le haut
Valeur : $F_{arch} = \rho_{fluide}.V_{imm}.\, g$

Remarque : si l’objet est totalement immergé, le centre de poussée est confondu avec le centre de masse de l’objet

$F_{archi} = \rho_{fluide} . V_{immergée} . g$

ρ_{fluide} : masse volumique du fluide ($kg.m^{-3}$)
$V_{immergée}$: Volume de la partie immergée (m^3)
g : constante de pesanteur ($N.kg^{-1}$)
F_{archi} : poussée d'archimède (N)

3.4 Applications de la poussée d'Archimède

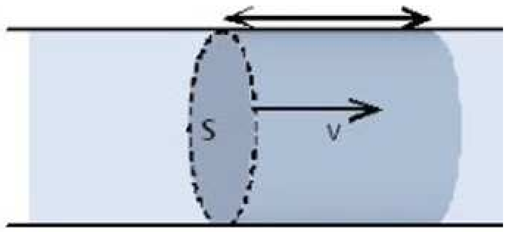
La poussée d'Archimède explique donc pourquoi des bateaux flottent ou pourquoi des montgolfières peuvent s'élever dans les airs.
Elle explique également comment on peut contrôler sa flottabilité en plongée en gonflant ou dégonflant d'air un gilet stabilisateur.

4. DYNAMIQUE DES FLUIDES

On se limite à l'étude des fluides :
- incompressibles (leur masse volumique reste constante),
- non visqueux ou parfaits (les frottements sont négligés),
- en écoulement stationnaire ou permanent (en un point donné de l'écoulement, les caractéristiques du fluide (vitesse, pression, température, masse volumique) restent constantes au cours du temps).

4.1. Définitions

Soit un fluide qui s'écoule dans un tuyau de section S à la vitesse v



4.1.1. Débit volumique

- On appelle débit volumique en un point, le volume de fluide passant en ce point par seconde.
- Si pendant une durée Δt il passe un volume ΔV alors le débit volumique noté Q_v est

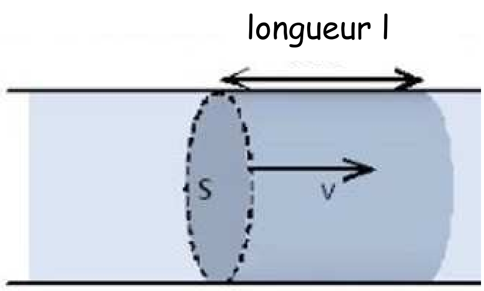
$$Q_v = \frac{\Delta V}{\Delta t}$$

Q_v : débit volumique ($m^3.s^{-1}$)
ΔV : volume (m^3)
Δt : temps (s)

- En régime stationnaire pour un fluide incompressible, le débit volumique est constant.

Débit volumique et vitesse du fluide

Sur le schéma suivant,



- On s'intéresse au volume **ΔV** compris entre les deux sections grisées, pendant une durée **Δt.**
- À ce point la vitesse du fluide est **v**.

comme $v = \frac{l}{\Delta t}$

- La longueur l du volume est donnée par : $l = v.\Delta t$

- Le volume ΔV du fluide est : $\Delta V = S.l = S.v.\Delta t$

Relation

$$Q_v = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{S.v.\Delta t}{\Delta t} = S.v$$

$$\boxed{Q_v = S.v}$$

Q_v : débit volumique ($m^3.s^{-1}$)
V : vitesse du fluide ($m.s^{-1}$)
S : section (surface) en m^2

4.1.2 Le débit-massique

On appelle débit massique en un point, la masse de fluide passant en ce point par seconde

$$\boxed{D_m = \frac{\Delta m}{\Delta t}}$$

D_m : débit massique ($kg.s^{-1}$)
Δm: masse (kg)
Δt : temps (s)

4.1.3 Relations utiles :

Comme on a la masse volumique ρ (Ro) qui vaut : $\rho = \frac{m}{V}$ ou $\rho = \frac{\Delta m}{\Delta V}$, c'est-à-dire : $\Delta m = \rho.\Delta V$

Entre Débit massique et vitesse du fluide.

D'où $D_m = \frac{\Delta m}{\Delta t} = \frac{\rho.\Delta V}{\Delta t} = \rho.Q_v$

$$\boxed{D_m = \rho.Q_v}$$

D_m : débit massique ($kg.s^{-1}$)
Q_v : débit volumique ($m^3.s^{-1}$)

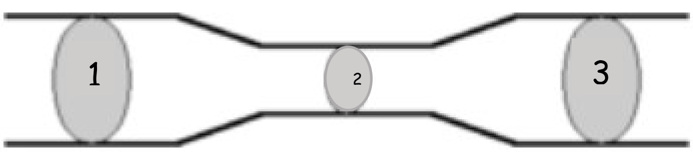
Entre Débit massique et débit volumique.

On a $D_m = \rho.Q_v$ or $Q_v = S.v$

D'où : $\boxed{D_m = \rho.S.v}$

D_m : débit massique ($kg.s^{-1}$)
S : section (surface) en m^2
V : vitesse du fluide ($m.s^{-1}$)
ρ : masse volumique du fluide ($kg.m^{-3}$)

4.2. Equation de continuité : conservation du débit



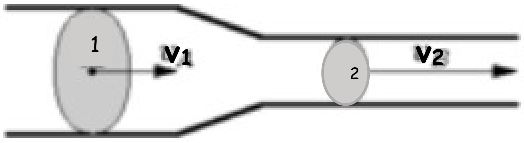
Pour un fluide incompressible, le volume et la masse se conserve tout le long d'un écoulement.
Donc, en tout point de l'écoulement, il passe le même volume ΔV, la même masse Δm pendant la même durée Δt.

- Il y a donc conservation du débit volumique. C'est à dire, qu'en tous points 1, 2 ou 3 on a : $D_{m(en\ 1)} = D_{m(en\ 2)} = D_{m(en\ 3)}$

Et $Q_{v(en\ 1)} = Q_{V(en\ 2)} = Q_{V(en\ 3)}$

Dans un fluide incompressible parfait en écoulement permanent, le débit volumique et le débit massique se conserve.

4.3. Propriété : Variation de la vitesse en fonction de la section



D'après la conservation des débits on a $Q_{v(en\ 1)} = Q_{V(en\ 2)}$
donc : $S_1.v_1 = S_2.v_2$.

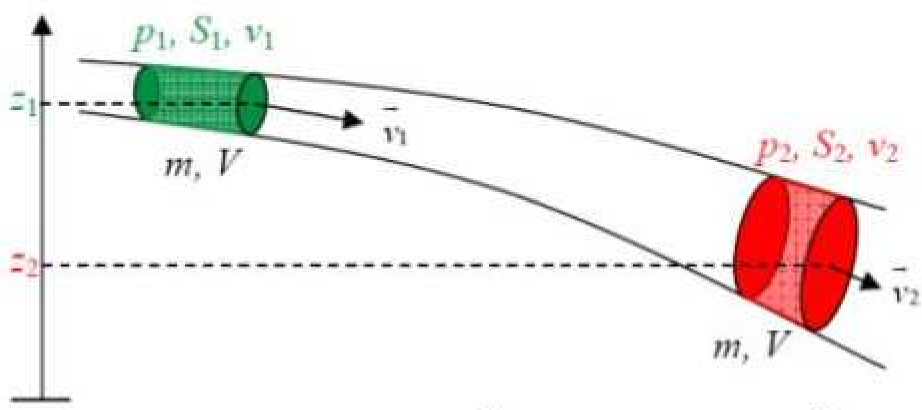
$$v_2 = \frac{S_1}{S_2}.v_1$$

Comme $S_1 > S_2$ alors $v_2 > v_1$

Ce qui est assez intuitif : pour obtenir le même débit par une section plus petite, il faut que la vitesse augmente.

On retiendra que plus la section d'un écoulement se resserre, plus la vitesse augmente.

5. L'EQUATION DE BERNOULLI : conservation de l'énergie



- On considère un écoulement permanent isovolume (même volume) d'un fluide parfait, entre les sections S_1 et S_2, entre lesquelles il n'y a aucune machine hydraulique, (pas de pompe, ni de turbine).
- Soit m la masse et V le volume du fluide qui passe à travers la section S_1 entre les instants t et t+Δt. Pendant ce temps la même masse et le même volume de fluide passe à travers la section S_2.
Tout se passe comme si ce fluide était passé de la position (1) à la position (2).

En appliquant le théorème de l'énergie cinétique à ce fluide entre les instants t et t+Δt (la variation d'énergie cinétique est égale à la somme des travaux des forces extérieures : poids et forces pressantes), on obtient :

$$P_2 + \rho.g.z_1 + \frac{1}{2}.\rho.v_2^2 = P_1 + \rho.g.z_1 + \frac{1}{2}.\rho.v_1^2$$

ρ : masse volumique du fluide (kg.m^{-3})
P_2 et P_1 : Pression au point 2 et au point 1 (Pascal Pa)
v_2 et v_1 : vitesse au point 2 et au point 1 (m.s^{-1})
z_2 et z_1 : Altitude au point 2 et au point 1 (m)
g : constante de pesanteur (9,81 m.s^{-2})

Lorsque, dans un écoulement d'un fluide parfait, il n'y a aucune machine (ni pompe ni turbine) entre les points **(1)** et **(2)** d'une même ligne de courant, la relation de Bernoulli peut s'écrire :

$$P + \rho.g.z + \frac{1}{2}.\rho.v^2 = Cste$$

Le théorème de Bernoulli traduit la conservation de l'énergie par unité de volume.

- **P**: Pression statique : C'est la grandeur que l'on mesure par exemple par un manomètre ou l'énergie potentielle de pression/ unité de volume.
- **ρgz** : Energie potentielle de position par unité de volume
- **1/2 ρV²** : Energie cinétique par unité de volume ou pression dynamique

6. EFFET VENTURI

6.1 Observations (expérience de cours)

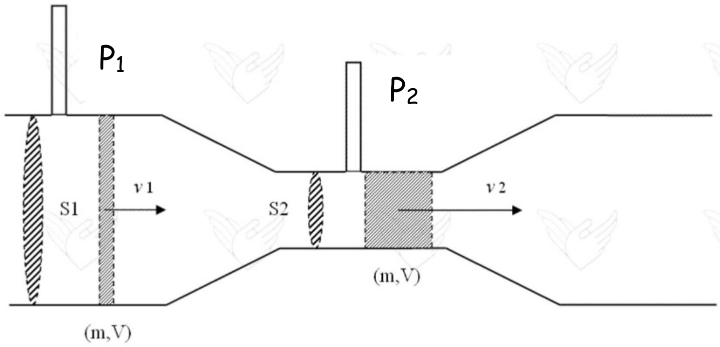
- Balle de ping-pong aspirée quand on souffle dans un entonnoir
- Feuille de papier aspirée quand on souffle dessus

6.2 Définition

L'effet Venturi, du nom du physicien italien Giovanni Battista Venturi, est le nom donné à un phénomène de la dynamique des fluides où il y a **formation d'une dépression dans une zone où les particules de fluides sont accélérées.**

6.3 Démonstration

- On se place toujours dans le cas d'un écoulement en régime permanent et sans frottement d'un fluide parfait incompressible.



- On considère un volume V de fluide de masse m, ce fluide étant par hypothèse incompressible et en régime permanent, il occupe toujours le même volume.
- Dans la partie 1 du tube, cet échantillon s'écoule à la vitesse v_1 avec une pression P_1 et dans la partie 2 à la vitesse v_2 avec une pression P_2.
- Le tube est horizontal donc $z_2 = z_1$

La relation de Bernoulli s'écrit sous la forme :

$$[P_2 + \rho.g.z_2 + \frac{1}{2}.\rho.v_2^2] - [P_1 + \rho.g.z_1 + \frac{1}{2}.\rho.v_1^2] = 0$$

$$P_2 - P_1 + \cancel{\rho.g.z_2} - \cancel{\rho.g.z_1} + \frac{1}{2}.\rho.v_2^2 - \frac{1}{2}.\rho.v_1^2 = 0$$

$$P_2 - P_1 = \frac{1}{2}.\rho.v_1^2 - \frac{1}{2}.\rho.v_2^2$$

$$-P_2 + P_1 = -\frac{1}{2}.\rho.v_1^2 + \frac{1}{2}.\rho.v_2^2$$

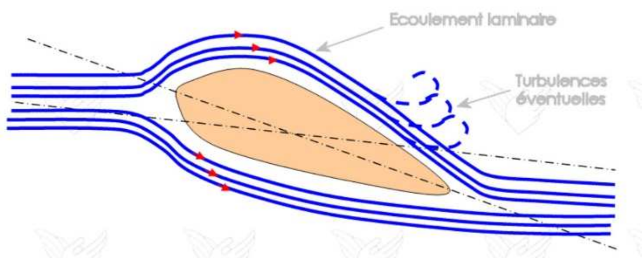
$$P_1 - P_2 = \frac{1}{2}.\rho[v_2^2 - v_1^2]$$

Or d'après le 4.3 comme $v_2 > v_1$ alors P_1 **doit être supérieure à** P_2 **!!!**

5.3. Anecdote : Venturi ... sceptique.

- Venturi (physicien italien 1746-1822), désirant arroser son jardin pensait qu'une réduction de diamètre sur une canalisation d'eau lui permettrait d'augmenter la pression de l'eau.
- Inutile de dire que le résultat fut exactement à l'opposé de ce qu'il attendait.

5.4. Venturi et le profil d'une aile d'avion



- Le fluide sous l'aile s'écoule à la vitesse v_1, on s'arrange alors pour que le profil au-dessus de l'aile accélère l'écoulement du fluide jusqu'à la vitesse $v_2 > v_1$ tout en conservant un écoulement laminaire.
- La conclusion est alors simple, grâce à l'effet Venturi, la pression sur l'aile est inférieure à la pression sous l'aile et l'avion est « aspiré » vers le haut