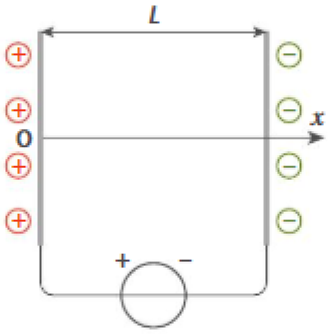
EXOS en autonomie : QCM p. 357/ER p. 358 à 361/EC n°22*-26*-31*et 35*
EXERCICES p. 362 et suiv. : : n° 23 à 29-38-39-41 ab-43-(46)-50+type BAC n° 55

22 On considère le condensateur plan schématisé ci-contre.

La tension appliquée sur ce condensateur est $U = 4{,}0$ kV et la distance entre les armatures est $L = 2{,}5$ cm.

On introduit un proton en O, sur l'armature positive, sans vitesse initiale.



On étudie ce proton dans le référentiel du laboratoire supposé galiléen.

Données
- Masse du proton : $m = 1{,}67 \times 10^{-27}$ kg
- Charge électrique du proton : $e = 1{,}60 \times 10^{-19}$ C

1. a. Montrer que la norme du champ électrique $\vec{E}$ engendré est $E = 1{,}6 \times 10^5$ V·m^{-1}.

b. Reproduire le schéma et représenter la tension U et le vecteur champ électrique $\vec{E}$. Préciser l'échelle.

c. Que vaudrait E si U était triplée ?

d. Que vaudrait E si L était triplée ?

2. a. Montrer que la norme de la force électrique $\vec{F}$ subie par le proton est $F = 2{,}6 \times 10^{-14}$ N.

b. Calculer la norme du poids du proton.

c. En calculant le quotient de ces deux normes, justifier que, dans ce cas, le poids soit négligé.

d. Représenter $\vec{F}$ en précisant l'échelle utilisée.

3. a. Montrer que la norme de l'accélération du proton est $a = 1{,}5 \times 10^{13}$ m·s^{-2}.

b. Montrer que les équations horaires de la vitesse et de la position sont :

$$v_x(t) = \frac{e}{m}Et \quad \text{et} \quad x(t) = \frac{e}{2m}Et^2$$

c. Montrer que lorsque le proton arrive en $x = L$, sa vitesse a pour norme $v = 8{,}8 \times 10^5$ m·s^{-1}.

4. a. Expliquer pourquoi l'énergie cinétique du proton est nulle à l'instant initial.

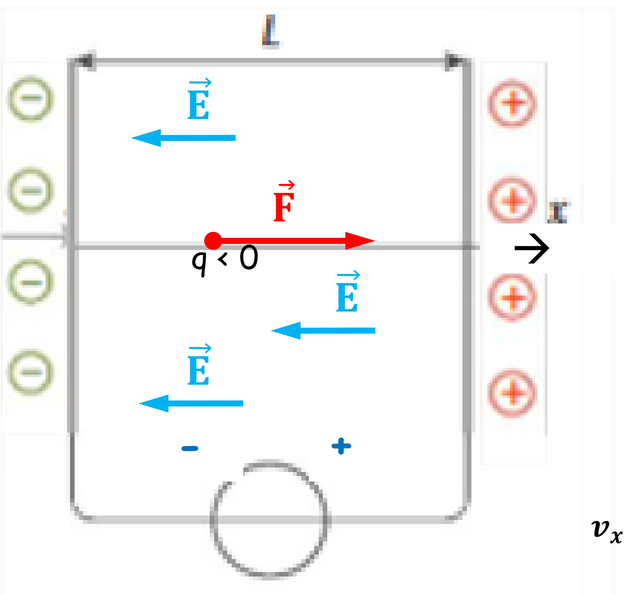
b. En utilisant le théorème de l'énergie cinétique, montrer qu'à l'armature négative, le proton a une énergie cinétique égale à eU.

c. Retrouver la valeur de la vitesse calculée à la question **3c**.

23 Deux armatures métalliques parallèles sont séparées de $L = 1{,}5$ cm et soumises à une tension $U = 300$ V.
Un ion sulfate est introduit sans vitesse initiale au niveau de l'armature négative.

Données
- Formule de l'ion sulfate : SO_4^{2-}
- Masse de l'ion sulfate : $m = 1{,}60 \times 10^{-25}$ kg
- Charge électrique de l'ion sulfate : $q = -3{,}20 \times 10^{-19}$ C

- Reprendre, en les adaptant, les questions de l'exercice précédent pour l'étude du mouvement de l'ion sulfate.



23 1. La norme du champ $\vec{E}$ est :

$$E = \frac{|U|}{L} = \frac{300}{1{,}5 \times 10^{-2}} = 2{,}0 \times 10^4 \text{ V·m}^{-1}$$

2. a. La norme de la force électrique est :

$F = |q|E = 3{,}20 \times 10^{-19} \times 2{,}0 \times 10^4 = 6{,}4 \times 10^{-15}$ N

$\vec{F} = q\vec{E}$. Comme $q < 0$, alors $\vec{F}$ a le sens opposé et la même direction que $\vec{E}$.

3. a. $\vec{a} = \frac{q}{m}\vec{E}$

q est négative, mais $\vec{i}$ est dans le sens de $\vec{F}$.

$\vec{a} = \frac{q}{m}\frac{U}{L}\vec{i}$ En norme : $a = \frac{q}{m}\frac{U}{L}$

$$a = \frac{3{,}20 \times 10^{-19} \times 300}{1{,}60 \times 10^{-25} \times 1{,}5 \times 10^{-2}} = 4{,}0 \times 10^{10} \text{ m·s}^{-2}$$

b. $v_x(t) = \frac{qU}{mL}t$ et $x(t) = \frac{1}{2}\frac{qU}{mL}t^2$

c. Notons $t = t_1$ l'instant où le proton se trouve à $x(t_1) = L$.

$$\text{Soit } v_x(t_1) = \sqrt{\frac{2qU}{m}} = \sqrt{\frac{2 \times 3{,}20 \times 10^{-19} \times 300}{1{,}60 \times 10^{-25}}}$$

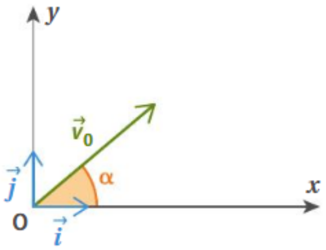
$v_x(t_1) = 3{,}5 \times 10^4$ m·s^{-1}

$$x(t_1) = L = \frac{1qU}{2mL}{t_1}^2 \quad => \quad t_1 = L\sqrt{\frac{2m}{qU}}$$

$$v_x(t_1) = \frac{qU}{mL}t_1 = \frac{qU}{mL}L\sqrt{\frac{2m}{qU}} = \sqrt{\frac{2mq^2U^2}{qUm^2}} = \sqrt{\frac{2qU}{m}}$$

Pour les exercices 24 à 27, on considère un projectile de masse $m = 4{,}50$ kg, modélisé par un point M, lancé dans le champ de pesanteur $\vec{g}$ uniforme, de norme $g = 9{,}81$ N·kg^{-1}.

Sa vitesse initiale $\vec{v}_0$ a pour norme $v_0 = 4{,}80$ m·s^{-1} et forme un angle $\alpha = 40°$ au-dessus de l'horizontale. On étudie le projectile dans le référentiel terrestre supposé galiléen. Toute action de l'air est négligée.



24 Au tableau

a. Montrer que les coordonnées du vecteur $\vec{v}_0$ sont :

$$\begin{cases} v_{0x} = v_0\cos(\alpha) \\ v_{0y} = v_0\sin(\alpha) \end{cases}$$

b. Calculer les énergies cinétique, potentielle de pesanteur et mécanique de l'objet à l'instant initial.

c. Justifier que l'énergie mécanique du projectile est conservée au cours de son mouvement.

d. En déduire qu'à l'altitude y, sa vitesse s'écrit :

$$v = \sqrt{v_0{}^2 - 2gy}$$

Calculer sa valeur pour $y = 15$ cm.

24 a. Dans le triangle rectangle :

$\cos(\alpha) = \frac{v_{0x}}{v_0}$ et $\sin(\alpha) = \frac{v_{0y}}{v_0}$

On en déduit :

$$\begin{cases} v_{0x} = v_0\cos(\alpha) \\ v_{0y} = v_0\sin(\alpha) \end{cases}$$

b. À l'instant initial (point O) : $E_{pp}(O) = mgy_0 = 0$ puisqu'à l'instant initial, le système se trouve au niveau de l'origine.

$E_c(O) = \frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2} \times 4{,}50 \times 4{,}80^2 = 51{,}8$ J

Ainsi : $E_m(O) = E_{pp}(O) + E_c(O) = 51{,}8$ J

c. L'énergie mécanique du système est conservée pendant tout le vol du système car le système n'est soumis qu'au poids qui est une force conservative.

d. En un point quelconque de la trajectoire, cette conservation s'écrit : $E_m(O) = E_m(M)$

soit $\frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}mv_2 + E_{pp} = mgy$

En simplifiant les m de chaque côté de l'égalité, on obtient la vitesse à l'altitude y : $v = \sqrt{v_0^2 - 2gy}$

Pour $y = 0{,}15$ m, on obtient :

$v = \sqrt{4{,}8^2 - 2 \times 9{,}81 \times 0{,}15} = 4{,}5$ m·s^{-1}

25 Démontrer et appliquer le cours

Montrer que les équations horaires de la vitesse et de la position de l'objet sont :

$$\vec{v}\begin{cases} v_x(t) = v_0\cos(\alpha) \\ v_y(t) = -gt + v_0\sin(\alpha) \end{cases}$$

$$\overrightarrow{OM}\begin{cases} x(t) = v_0\cos(\alpha)t \\ y(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0\sin(\alpha)t \end{cases}$$

25 Le référentiel d'étude est considéré comme galiléen. Le système étant soumis uniquement à son poids, la deuxième loi de Newton s'écrit $m\vec{a} = \vec{P}$. Comme $\vec{P} = m\vec{g}$, soit $\vec{a} = \vec{g} = -g\vec{j}$, le mouvement du système est uniformément accéléré.

Sachant que $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$ et que $\vec{a} = \vec{g}$, on a en projection

sur les axes : $\begin{cases} \frac{dv_x}{dt} = 0 \\ \frac{dv_y}{dt} = -g \end{cases}$

En cherchant les primitives et en utilisant les conditions initiales ($\vec{v}(0) = \vec{v}_0$), on en déduit que :

$$\begin{cases} v_x(t) = v_0\cos(\alpha) \\ v_y(t) = -gt + v_0\sin(\alpha) \end{cases}$$

Sachant que $\vec{v}(t) = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt}(t)$, on a donc :

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = v_0\cos(\alpha) \\ \frac{dy}{dt} = -gt + v_0\sin(\alpha) \end{cases}$$

En cherchant les primitives et en utilisant les conditions initiales (le système est à l'origine), on en déduit : $\begin{cases} x(t) = v_0\cos(\alpha)t \\ y(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0\sin(\alpha)t \end{cases}$

26 La flèche de la trajectoire est l'altitude maximale atteinte par le projectile.

Au sommet de la trajectoire, $v_y(t) = 0$.

1. Utiliser les équations horaires ci-dessus pour :

a. déterminer l'instant t_S d'arrivée au sommet ;

b. montrer que la flèche s'écrit $y_S = \frac{v_0{}^2\sin^2(\alpha)}{2g}$.

2. Calculer t_S et y_S.

1.a) La date t_S d'arrivée au sommet vérifie : $v_y(t_S) = 0$

Soit : $-gt + v_0\sin(\alpha) = 0$ d'où : $t_S = \frac{v_0\sin(\alpha)}{g}$

b) A cet instant : $y(t_S) = -\frac{1}{2}g{t_S}^2 + v_0\sin(\alpha)t_S$

soit : $y(t_S) = -\frac{1}{2}g\left(\frac{v_0\sin(\alpha)}{g}\right)^2 + v_0\sin(\alpha)\left(\frac{v_0\sin(\alpha)}{g}\right)$

$y(t_S) = \frac{v_0{}^2\sin^2(\alpha)}{2g}$

2. on calcule $t_S = 0{,}31$ s et $y(t_S) = 0{,}49$ m

27 **a.** À partir des équations horaires de la position du projectile, montrer que l'équation de sa trajectoire est :

$$y(x) = -\frac{1}{2}g\frac{x^2}{v_0{}^2\cos^2(\alpha)} + \tan(\alpha)x$$

b. Montrer alors que la portée du tir, c'est-à-dire la distance horizontale parcourue lorsque le projectile revient à son altitude de lancer, s'écrit : $x_P = \dfrac{2v_0{}^2\cos(\alpha)\sin(\alpha)}{g}$

Calculer sa valeur.

27 a. La position à tout instant :

$$\begin{cases} x(t) = v_0\cos(\alpha)t \\ y(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0\sin(\alpha)t \end{cases}$$

On peut isoler la variable t et trouver l'équation du mouvement : $t = \dfrac{x}{v_0\cos(\alpha)}$

Ainsi, en remplaçant t dans l'expression de y, on obtient : $y = -\dfrac{1}{2}g\dfrac{x^2}{v_0{}^2\cos^2(\alpha)} + x\tan(\alpha)$

b. La portée du tir correspond à $y = 0$.

Soit $0 = -\dfrac{1}{2}g\dfrac{x^2}{v_0{}^2\cos^2(\alpha)} + x\tan(\alpha)$

En factorisant par x : $0 = x\left(-\dfrac{1}{2}g\dfrac{x}{v_0{}^2\cos^2(\alpha)} + \tan(\alpha)\right)$

Il existe deux solutions à cette égalité :

- la solution $x = 0$ qui correspond à l'origine (la position initiale du système) ;
- la solution de $-\dfrac{1}{2}g\dfrac{x_p}{v_0{}^2\cos^2(\alpha)} + \tan(\alpha) = 0$ qui correspond à la portée du tir.

Ainsi, $x_p = \dfrac{2v_0{}^2\cos^2(\alpha)\tan(\alpha)}{g}$

Comme $\tan(\alpha) = \dfrac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)}$, en simplifiant par $\cos(\alpha)$:

$$x_p = \frac{2v_0{}^2\cos(\alpha)\sin(\alpha)}{g}$$

Application numérique :

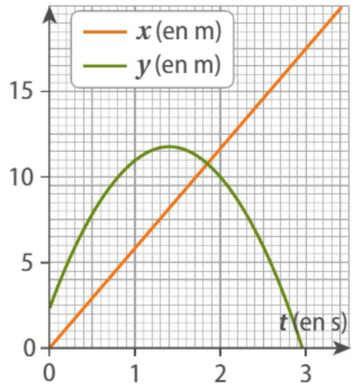
$$x_p = \frac{2\times4{,}8^2\times\cos(40°)\sin(40°)}{9{,}81} = 2{,}3\ \text{m}$$

28 Un tir

Utiliser ses connaissances • Exploiter un graphique

Les coordonnées $(x\,;\,y)$ d'un point en mouvement dans le champ de pesanteur uniforme sont données ci-contre.

L'axe (Oy) est vertical vers le haut, d'origine le niveau du sol.



a. Déterminer les coordonnées de la position initiale du point.

b. Déterminer l'instant d'arrivée au sommet de la trajectoire et la hauteur atteinte à cet instant.

c. Déterminer l'instant d'arrivée au sol et la distance horizontale parcourue à cet instant.

28 a. Les coordonnées de la position initiale ($t = 0$) sont : $\begin{cases} x_0 = 0\ \text{m} \\ y_0 = 2{,}5\ \text{m} \end{cases}$

b. L'instant d'arrivée au sommet (au moment où y est maximum) est $t_s = 1{,}4$ s. À cet instant, la hauteur atteinte (l'ordonnée y) est $h = y_s = 11{,}75$ m.

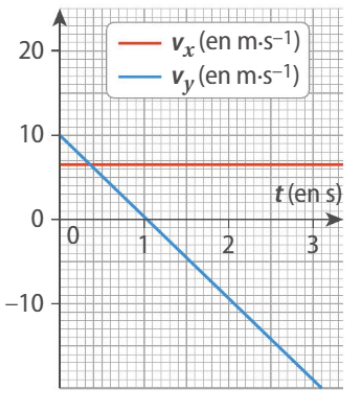
c. L'instant d'arrivée au sommet (au moment où y devient nulle) est $t_f = 2{,}95$ s. À cet instant, la distance parcourue (l'abscisse x) est $L = x_f = 17{,}25$ m

29 Vitesse d'un projectile

Utiliser ses connaissances • Exploiter un graphique

Les coordonnées $(v_x\,;\,v_y)$ de la vitesse d'un point en mouvement dans le champ de pesanteur uniforme sont données ci-contre.

L'axe (Oy) est vertical vers le haut.



a. Déterminer les coordonnées de la vitesse initiale $\vec{v}_0$ du point.

b. En déduire sa norme v_0 puis la valeur de l'angle de tir α au-dessus de l'horizontale.

c. Déterminer l'instant d'arrivée au sommet de la trajectoire et la norme de la vitesse à cet instant.

29 a. Les coordonnées de la vitesse initiale ($t = 0$) sont : $\begin{cases} v_{0x} = 6{,}5\ \text{m·s}^{-1} \\ v_{0y} = 10{,}0\ \text{m·s}^{-1} \end{cases}$

b. La norme v_0 est :

$v_0 = \sqrt{v_{0x}{}^2 + v_{0y}{}^2}$

$v_0 = \sqrt{6{,}5^2 + 10{,}0^2}$

$v_0 = 11{,}9\ \text{m·s}^{-1}$

Comme $\begin{cases} v_{0x} = v_0\cos(\alpha) \\ v_{0y} = v_0\sin(\alpha) \end{cases}$, on en déduit que $\cos(\alpha) = \dfrac{v_{0x}}{v_0}$.

$\alpha = \arccos\left(\dfrac{v_{0x}}{v_0}\right) = \arccos\left(\dfrac{6{,}5}{11{,}9}\right) = 57°$

c. L'instant d'arrivée au sommet (au moment où v_y devient nulle) est $t_s = 1{,}0$ s. À cet instant, la norme de la vitesse correspond à v_x qui est lui-même constant tout au long du mouvement :

$v(t_s) = v_{0x} = 6{,}5\ \text{m·s}^{-1}$

38 Chute libre sans parachute

Utiliser un modèle • Faire preuve d'esprit critique

Le 30 juillet 2016, le cascadeur Luke Aikins (de masse $m = 75{,}0$ kg) a effectué un saut sans parachute depuis une altitude de 7 620 m. Il s'est laissé tomber sans vitesse initiale. Après $\Delta t = 120$ s de chute, il a été réceptionné par un filet à 76 mètres du sol. Sa vitesse était alors de 53,6 m·s^{-1}.

On étudie le cascadeur modélisé par son centre de masse dans le référentiel terrestre supposé galiléen.

a. En supposant qu'il ne subit que son poids, déterminer les équations horaires de sa vitesse et de sa position.

b. Montrer que sa chute dure $t_1 = 39{,}2$ s.
En déduire la norme de sa vitesse finale.

c. Retrouver cette valeur en utilisant l'énergie mécanique.

d. Comparer t_1 avec Δt, et la norme de la vitesse calculée avec celle donnée dans l'énoncé. Quelle hypothèse est fausse pour des chutes aussi hautes ?

38 a. Le système étant soumis uniquement à son poids, la deuxième loi de Newton s'écrit $m\vec{a} = \vec{P}$.
Comme $\vec{P} = m\vec{g}$, ainsi $\vec{a} = \vec{g} = -g\vec{j}$: le mouvement du système est uniformément accéléré.
Comme la vitesse est nulle à l'instant initial, le vecteur vitesse $\vec{v}$ aura la même direction que le vecteur accélération $\vec{a}$, à tout moment de la chute.
Le mouvement sera donc rectiligne uniquement selon (Oy) (mouvement unidirectionnel). Ainsi, $\frac{dv_y}{dt} = -g$.
En cherchant la primitive et en utilisant les conditions initiales ($\vec{v}(0) = \vec{0}$), on en déduit : $v_y(t) = -gt$

Sachant que $\vec{v}(t) = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt}(t)$, on a donc $\frac{dy}{dt} = -gt$.
En cherchant les primitives et en utilisant les conditions initiales (le système est à l'origine), on en déduit : $y(t) = -\frac{1}{2}gt^2$

b. L'instant t_1 correspondant à la fin de sa chute :
$y(t_1) = -7\,620 + 76 = -7\,544$ m
$y(t_1) = -\frac{1}{2}gt_1^2$

$$t_1 = \sqrt{-\frac{2y(t_1)}{g}} = \sqrt{-\frac{2 \times (-7\,544)}{9{,}81}} = 39{,}2 \text{ s}$$

La norme de la vitesse du système à ce moment-là est : $v(t_1) = |-gt_1| = |-9{,}81 \times 39{,}2| = 385$ m·s^{-1}

c. Le système ne subit que son poids, son énergie mécanique est conservée : $E_{mi} = E_{mf}$
$E_{ppi} + E_{ci} = E_{ppf} + E_{cf}$
L'origine du repère est prise au point de départ ($y = 0$). Ainsi, l'énergie potentielle de pesanteur est nulle au point de départ ($E_{ppi} = 0$).
À l'instant initial, la vitesse du système est nulle, son énergie cinétique sera donc nulle aussi ($E_{ci} = 0$).
On obtient donc : $0 = E_{ppf} + E_{cf}$

soit $-E_{ppf} = E_{cf}$ d'où $\frac{1}{2}mv^2 = -mgy_f = -mgy(t_1)$

Soit $v = \sqrt{-2gy(t_1)} = \sqrt{-2 \times 9{,}81 \times (-7\,544)} = 385$ m·s^{-1}

On retrouve le résultat précédent.

d. $t_1 = 39{,}2$ s est très inférieur à $\Delta t = 120$ s. De plus, la vitesse calculée ($v = 385$ m·s^{-1}) est très supérieure à la vitesse mesurée (53,6 m·s^{-1}). L'hypothèse erronée utilisée est le fait que le système ne subisse que son poids. À partir d'une certaine vitesse, les forces de frottement de l'air ne sont en effet plus négligeables.

39 Au-dessus du canal de Corinthe

Utiliser ses connaissances • Utiliser un modèle

En 2010, le cascadeur australien Robbie Maddison a franchi à moto le canal de Corinthe avec un saut historique de 85,0 m de longueur.

Un tremplin lui a permis de se propulser avec une vitesse $\vec{v}_0$ dont l'angle au-dessus de l'horizontale est $\alpha = 35{,}0°$. Son atterrissage a eu lieu sur une plateforme située à une altitude $h = 2{,}00$ m au-dessus du niveau du tremplin.

On étudie le cascadeur et sa moto, modélisés par un point M, dans le référentiel terrestre supposé galiléen. On utilisera un repère (O ; x, y) dont l'origine O est le point d'envol du système.

a. Exprimer les coordonnées de $\vec{v}_0$.

b. Déterminer les équations horaires de la vitesse et de la position de M.

c. Quelles sont les coordonnées $(x_f\,;y_f)$ du système au moment de l'atterrissage ?

d. En déduire que la norme de la vitesse initiale est $v_0 = 30{,}3$ m·s^{-1}. L'exprimer en km·h^{-1}.

39 a. Dans le triangle rectangle :

$\cos(\alpha) = \frac{v_{0x}}{v_0}$ et $\sin(\alpha) = \frac{v_{0y}}{v_0}$

On en déduit :

$$\begin{cases} v_{0x} = v_0 \cos(\alpha) \\ v_{0y} = v_0 \sin(\alpha) \end{cases}$$

b. Le système étant soumis uniquement à son poids, la deuxième loi de Newton s'écrit $m\vec{a} = \vec{P}$.

Comme $\vec{P} = m\vec{g}$, ainsi $\vec{a} = \vec{g} = -g\vec{j}$: le mouvement du système est uniformément accéléré.

Sachant que $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$ et que $\vec{a} = \vec{g}$, on a en projection sur les axes :

$$\begin{cases} \frac{dv_x}{dt} = 0 \\ \frac{dv_y}{dt} = -g \end{cases}$$

En cherchant les primitives et en utilisant les conditions initiales ($\vec{v}(0) = \vec{v}_0$), on en déduit que :

$$\begin{cases} v_x(t) = v_0 \cos(\alpha) \\ v_y(t) = -gt + v_0 \sin(\alpha) \end{cases}$$

Sachant que $\vec{v}(t) = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt}(t)$, on a donc : $\begin{cases} \frac{dx}{dt} = v_0\cos(\alpha) \\ \frac{dy}{dt} = -gt + v_0\sin(\alpha) \end{cases}$

En cherchant les primitives et en utilisant les conditions initiales (le système est à l'origine), on en déduit :

$$\begin{cases} x(t) = v_0\cos(\alpha)t \\ y(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0\sin(\alpha)t \end{cases}$$

c. Les coordonnées du système au moment de l'atterrissage sont : $\begin{cases} x_f = 85{,}0 \text{ m} \\ y_f = 2{,}00 \text{ m} \end{cases}$

d. On peut isoler la variable t et trouver l'équation du mouvement : $t = \frac{x}{v_0\cos(\alpha)}$

Ainsi, en remplaçant dans l'expression de y :

$$y = -\frac{1}{2}g\frac{x^2}{v_0^2\cos^2(\alpha)} + x\tan(\alpha)$$

La norme de la vitesse initiale v_0 :

$$y_f = -\frac{1}{2}g\frac{x_f^2}{v_0^2\cos^2(\alpha)} + x_f\tan(\alpha)$$

soit $v_0 = \sqrt{\frac{1}{2}g\frac{x_f^2}{(x_f\tan(\alpha) - y_f)\cos^2(\alpha)}}$

Application numérique :

$$v_0 = \sqrt{\frac{1}{2} \times 9{,}81 \times \frac{85{,}0^2}{(85{,}0 \times \tan(35{,}0°) - 2{,}00)\cos^2(35{,}0°)}}$$

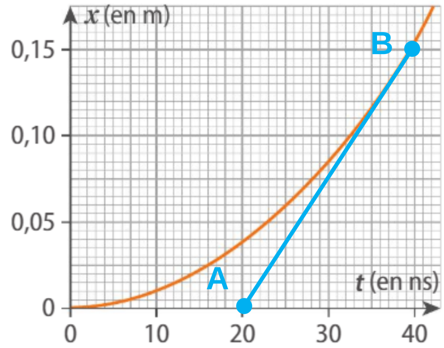
$v_0 = 30{,}3$ m·s^{-1} = 109 km·h^{-1}

41 Appliquer le cours

Exploiter un graphique • Utiliser un modèle

Un ion aluminium Al^{3+} est accéléré dans un condensateur plan.

Le graphique ci-contre montre la distance x parcourue par l'ion en fonction du temps t.



Donnée

Masse d'un ion aluminium : $m = 4{,}49 \times 10^{-26}$ kg

À l'aide du graphique et des relations obtenues dans le cours, déterminer :

a. la vitesse initiale de l'ion ;

b. sa vitesse en sortie du condensateur (à $x = 15$ cm) ;

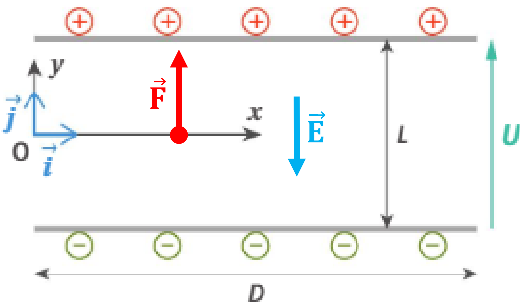
50 Détermination de la masse de l'électron

Utiliser un modèle • Exploiter un énoncé

À la fin du XIXe siècle, les premières déterminations de la masse de l'électron utilisaient la déviation d'un faisceau d'électrons dans un champ électrique.

On considère un condensateur plan dont les armatures sont distantes de $L = 4{,}00$ cm et longues de $D = 10{,}0$ cm. On leur impose une tension $U = 400$ V.

Un électron, de masse m, pénètre au point O équidistant des plaques avec une vitesse $\vec{v}_0$ parallèle aux armatures, de norme $v_0 = 2{,}50 \times 10^7$ m·s^{-1}.



a. Reproduire le schéma et ajouter le champ électrique $\vec{E}$ engendré par le condensateur.

b. En négligeant le poids de l'électron devant la force électrique qu'il subit, montrer que l'équation de la trajectoire est $y(x) = \dfrac{eU}{2mL}\dfrac{x^2}{{v_0}^2}$.

c. L'ordonnée de l'électron au moment de sa sortie du condensateur est $y_S = 14$ mm. En déduire une valeur du quotient $\dfrac{e}{m}$, puis de la masse m de l'électron. La comparer avec la valeur aujourd'hui admise $m = 9{,}11 \times 10^{-31}$ kg.

41 a. La vitesse de l'ion est la dérivée par rapport à t de l'abscisse (le mouvement est unidirectionnel).
Celle-ci correspond à la pente de la tangente au point considéré.
Si on s'intéresse à l'instant initial, on remarque sur la courbe que la tangente à la courbe est l'axe du temps. Cette droite a une pente nulle.
La vitesse à l'instant initial est donc $v_0 = 0$.

b. La vitesse en sortie du condensateur à x = 15 cm, est égale à la pente à cet instant-là. Cette pente passe par 2 points mesurables aisément :

$$v = \frac{x_B - x_A}{t_B - t_A} = \frac{0{,}15 - 0}{40 \times 10^{-9} - 20 \times 10^{-9}} = 7{,}5 \times 10^6 \text{ m·s}^{-1}$$

50 a. cf. schéma

b. Le système étant soumis uniquement à la force électrique, la deuxième loi de Newton s'écrit $m\vec{a} = \vec{F}$.
Comme $\vec{F} = q\vec{E}$, cela donne $m\vec{a} = q\vec{E}$.

$q = -e$ et $\vec{E} = -E\vec{j}$. Ainsi, $\vec{a} = \dfrac{q}{m}\vec{E} = \dfrac{eE}{m}\vec{j}$: le mouvement du système est uniformément accéléré.

Sachant que $\vec{a} = \dfrac{d\vec{v}}{dt}$ et que $\vec{a} = \dfrac{eE}{m}\vec{j}$, on a en projection sur les axes : $\begin{cases} \dfrac{dv_x}{dt} = 0 \\ \dfrac{dv_y}{dt} = \dfrac{eE}{m} \end{cases}$

En cherchant les primitives et en utilisant les conditions initiales ($\vec{v}(0) = \vec{v}_0$), on en déduit que :

$$\begin{cases} v_x(t) = v_0 \\ v_y(t) = \dfrac{eE}{m}t \end{cases}$$

Sachant que $\vec{v}(t) = \dfrac{d\overrightarrow{OM}}{dt}(t)$, on a donc : $\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = v_0 \\ \dfrac{dy}{dt} = \dfrac{eE}{m}t \end{cases}$

En cherchant les primitives et en utilisant les conditions initiales (le système est à l'origine), on en déduit : $\begin{cases} x(t) = v_0 t \\ y(t) = \dfrac{1}{2}\dfrac{eE}{m}t^2 \end{cases}$

En isolant t dans la première égalité : $t = \dfrac{x}{v_0}$

On obtient l'équation de la trajectoire de l'électron :

$$y = \frac{1}{2}\frac{eE}{m}\left(\frac{x}{v_0}\right)^2$$

soit, comme $E = \dfrac{U}{L}$: $y(x) = \dfrac{eU}{2mL}\dfrac{x^2}{{v_0}^2}$

c. L'ordonnée de l'électron au moment de sa sortie du condensateur est y_S = 14 mm, cela correspond à $x_S = D$. On en déduit que $y_S = \dfrac{eU}{2mL}\dfrac{D^2}{{v_0}^2}$ soit $\dfrac{e}{m} = \dfrac{2L{v_0}^2 y_S}{UD^2}$.

Application numérique :

$$\frac{e}{m} = \frac{2 \times 4{,}0 \times 10^{-2} \times \left(2{,}50 \times 10^7\right)^2 \times 14 \times 10^{-3}}{400 \times \left(10{,}0 \times 10^{-2}\right)^2}$$

$$\frac{e}{m} = 1{,}8 \times 10^{11} \text{ C·kg}^{-1}$$

On en déduit la masse de l'électron : $m = \dfrac{e}{\dfrac{2L{v_0}^2 y_S}{UD^2}}$

Application numérique :

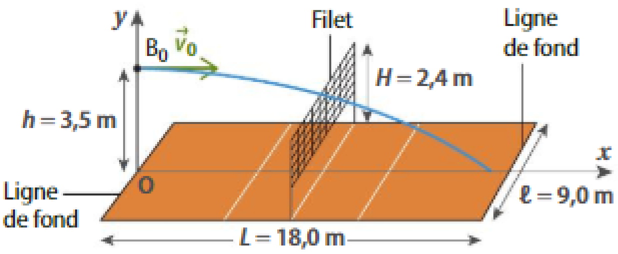
$$m = \frac{1{,}60 \times 10^{-19}}{1{,}8 \times 10^{11}} = 9{,}2 \times 10^{-31} \text{ kg}$$

La valeur retenue étant $9{,}11 \times 10^{-31}$ kg, on constate que les deux valeurs sont très proches.

55 Service et réception au volley-ball

Au volley-ball, le service smashé est le type de service pratiqué le plus fréquemment par les professionnels : le serveur doit se placer un peu après la limite du terrain, lancer très haut son ballon, effectuer une petite course d'élan, puis sauter pour frapper la balle.

Après la course d'élan, le serveur saute de façon à frapper le ballon en un point B_0 situé à la hauteur h au-dessus de la ligne de fond du terrain. La hauteur h désigne alors l'altitude initiale du centre du ballon. Le vecteur vitesse initiale $\vec{v}_0$ du ballon est horizontal et perpendiculaire à la ligne de fond du terrain.



Le mouvement du ballon est étudié dans le référentiel terrestre supposé galiléen muni du repère (Ox, Oy) et l'instant de la frappe est choisi comme origine des temps : $t = 0$ s. Le mouvement a lieu dans le plan (Oxy).

Le but de cet exercice est de vérifier la validité du service et d'étudier la réception du service par un joueur de l'équipe adverse. Pour cela, on étudie le mouvement du centre du ballon sans tenir compte de l'action de l'air, de la rotation du ballon sur lui-même et de ses déformations.

Données
- Le ballon a une masse $m = 260$ g et un rayon $r = 10$ cm.
- Norme du champ de pesanteur : $g = 9{,}81$ m·s^{-2}

Le service est effectué depuis le point B_0 à la vitesse $v_0 = 21{,}0$ m·s^{-1}. Le service sera considéré comme valide à condition que le ballon franchisse le filet sans le toucher et qu'il retombe dans le terrain adverse.

1. Montrer que, si on néglige l'action de l'air, les coordonnées du vecteur accélération du centre du ballon après la frappe sont : $a_x(t) = 0$ et $a_y(t) = -g$

2. Établir que les équations horaires du mouvement du centre du ballon s'écrivent :

$$x(t) = v_0 t \quad \text{et} \quad y(t) = -\frac{gt^2}{2} + h$$

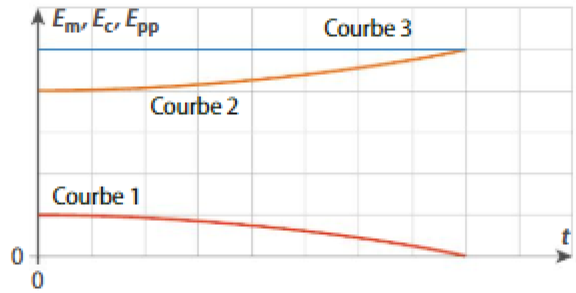
En déduire que l'équation de la trajectoire reliant x et y s'écrit : $y(x) = -\dfrac{g}{2v_0^{\,2}}x^2 + h$

3. En admettant que le ballon franchisse le filet, vérifier qu'il touche le sol avant la ligne de fond.

4. Afin de déterminer la vitesse du ballon au moment où il touche le sol, on effectue une étude énergétique. L'origine de l'énergie potentielle de pesanteur est choisie ainsi : $E_{pp} = 0$ J pour $y = 0$ m.

4.1. Rappeler les expressions des énergies cinétique E_c, potentielle de pesanteur E_{pp} et mécanique E_m du ballon en un point quelconque de la trajectoire.

4.2. Le graphique de la figure suivante représente l'évolution temporelle de ces trois énergies. Associer à chaque courbe son énergie. Justifier.



4.3. À l'aide de l'étude énergétique précédente, déterminer la valeur de la vitesse du centre du ballon v_{sol} lorsque le ballon touche le sol.

5. En réalité, la vitesse v_{sol} avec laquelle le ballon atteint le sol est plus faible que celle déterminée à la question précédente. Proposer une explication.

6. Au moment où le joueur frappe le ballon ($t = 0$ s), un joueur de l'équipe adverse est placé au niveau de la ligne de fond de son terrain. Il débute sa course vers l'avant pour réceptionner le ballon en réalisant une « manchette ».

D'après http://lesportsdauphinois.com

Le contact entre le ballon et le joueur se fait au point R à une hauteur de 80 cm au-dessus du sol.

Évaluer la vitesse moyenne minimale du déplacement de ce joueur pour qu'il réalise la réception. Ce résultat semble-t-il réaliste ?

Le candidat est invité à prendre des initiatives et à présenter la démarche même si elle n'a pas abouti.

Adapté du sujet de Bac Métropole, 2018.

DES CLÉS POUR RÉUSSIR

1. Utiliser et mentionner la deuxième loi de Newton.

2. Détailler la recherche de primitive et l'utilisation des conditions initiales fournies par l'énoncé.

3. Traduire mathématiquement la condition donnée.

6. L'équation horaire $y(t)$ permet d'obtenir l'instant auquel le ballon parvient à $y_R = 80$ cm. On peut en déduire la position horizontale du ballon à cet instant, puis la distance à parcourir par le joueur adverse.

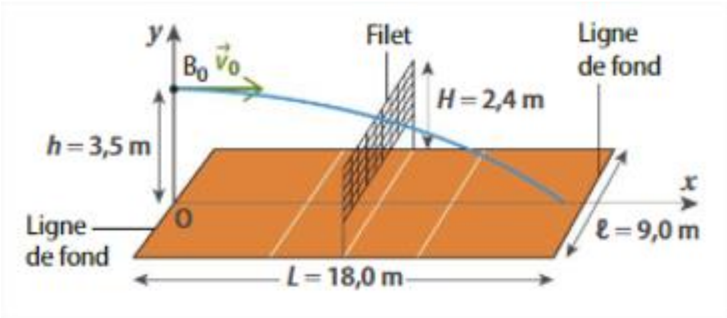
55 1. Le référentiel est supposé galiléen. Le système étant soumis uniquement à son poids, la deuxième loi de Newton s'écrit $m\vec{a} = \vec{P}$. Comme $\vec{P} = m\vec{g}$, cela donne $m\vec{a} = m\vec{g}$. Ainsi, $\vec{a} = \vec{g} = -g\vec{j}$: le mouvement du système est uniformément accéléré.
D'où : $a_x(t) = 0$ et $a_y(t) = -g$

2. Sachant que $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$ et que $\vec{a} = \vec{g}$, on a en projection sur les axes : $\begin{cases} \frac{dv_x}{dt} = 0 \\ \frac{dv_y}{dt} = -g \end{cases}$

En cherchant les primitives et en utilisant les conditions initiales ($\vec{v}(0) = \vec{v}_0$), on en déduit que :
$$\begin{cases} v_x(t) = v_0 \\ v_y(t) = -gt \end{cases}$$

Sachant que $\vec{v}(t) = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt}(t)$, on a donc : $\begin{cases} \frac{dx}{dt} = v_0 \\ \frac{dy}{dt} = -gt \end{cases}$

En cherchant les primitives et en utilisant les conditions initiales (le système est à $x = 0$ et $y = h$), on en déduit : $\begin{cases} x(t) = v_0 t \\ y(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + h \end{cases}$



En isolant t : $t = \frac{x}{v_0}$

On obtient l'équation de la trajectoire :

$y(t) = -\frac{g}{2v_0^2}x^2 + h$

3. Déterminons la portée du tir. Pour cela, cherchons la solution correspondant à $y = 0$:

$y(x) = -\frac{g}{2v_0^2}x^2 + h = 0$

On obtient $x^2 = \frac{2v_0^2 h}{g}$. Comme le x cherché est positif : $x = v_0\sqrt{\frac{2h}{g}} = 21,0 \times \sqrt{\frac{2 \times 3,50}{9,81}} = 17,7$ m

x est inférieur à 18 m. Le ballon touche le sol avant la ligne de fond.

4.1. Les expressions des énergies cinétique E_c, potentielle de pesanteur E_{pp} et mécanique E_m du ballon en un point quelconque de la trajectoire sont :

$E_c = \frac{1}{2}mv^2$ $E_{pp} = mgy$ $E_m = E_c + E_{pp}$

4.2. Le graphique de la figure suivante représente l'évolution temporelle de ces trois énergies :

L'énergie mécanique du système est conservée, car le système ne subit que son poids (qui est une force conservative). E_m correspond donc à la courbe 3.
Le ballon part d'une altitude élevée (3,50 m) pour arrivé au sol. Son énergie potentielle de pesanteur va donc diminuer au cours du mouvement. E_{pp} correspond à la courbe 1.
La vitesse de la balle va augmenter en arrivant au sol. E_c correspond donc à la courbe 2.

4.3. L'énergie mécanique est conservée entre le point de départ et d'arrivée : $E_m(I) = E_m(F)$

Soit $\frac{1}{2}mv_0^2 + mgh = \frac{1}{2}mv_{sol}^2$

En simplifiant les m de chaque côté de l'égalité, on obtient : $\frac{1}{2}v_0^2 + gh = \frac{1}{2}v_{sol}^2$

d'où l'on déduit $v_{sol} = \sqrt{v_0^2 + 2gh}$

Application numérique :

$v_{sol} = \sqrt{21,0^2 + 2 \times 9,81 \times 3,50} = 22,6$ m·s^{-1}

43 Accélération de protons

Histoire des sciences

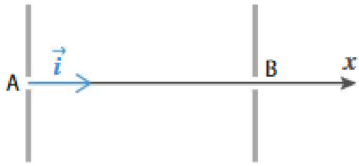
Utiliser ses connaissances • Utiliser un modèle

L'un des premiers accélérateurs de particules utilisait un générateur de Van de Graaff pour charger les armatures d'un condensateur plan avec une tension $U = 4{,}0$ MV.

La distance entre les armatures de l'accélérateur était $L = 7{,}62$ m.

Cet accélérateur permettait d'accélérer des protons, introduits en A sans vitesse initiale dans l'accélérateur.

Cette « baguette magique » électrostatique utilise aussi un générateur de Van de Graaff pour créer un champ électrique.



Données

- Masse d'un proton : $m = 1{,}67 \times 10^{-27}$ kg
- Charge électrique d'un proton : $e = 1{,}60 \times 10^{-19}$ C

43 a. La particule étant positive, l'armature A doit être chargée positivement (et B négativement) pour qu'il y ait accélération. On en déduit que l'armature A est reliée à la borne positive du générateur.

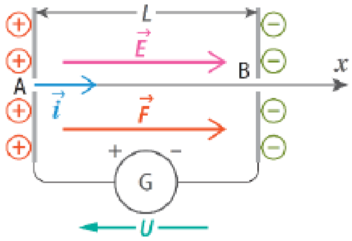
b. La norme du champ $\vec{E}$ est :

$$E = \frac{|U|}{L} = \frac{4{,}0 \times 10^6}{7{,}62} = 5{,}2 \times 10^5 \text{ V·m}^{-1}$$

La force électrique a pour norme $F = qE$.

$F = 1{,}60 \times 10^{-19} \times 5{,}2 \times 10^5 = 8{,}3 \times 10^{-14}$ N

c. En choisissant comme échelle pour le champ électrique 1 cm correspond à $2{,}5 \times 10^5$ V·m^{-1}, on obtient une flèche de longueur 2,1 cm pour le vecteur champ électrique.



En choisissant comme échelle pour la force 1 cm correspond à 4×10^{-14} N, on obtient une flèche de longueur 2,1 cm pour le vecteur force.

d. On suppose que le référentiel d'étude est galiléen. Le système étant soumis uniquement à la force électrique, la deuxième loi de Newton s'écrit $m\vec{a} = \vec{F}$.

Comme $\vec{F} = q\vec{E}$, cela donne $m\vec{a} = q\vec{E}$. Ainsi $\vec{a} = \frac{q}{m}\vec{E}$.

q est positive : $\vec{a} = \frac{qU}{mL}\vec{i}$

En norme, $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$ et $q = e$. Ainsi $\vec{a} = \frac{eU}{mL}\vec{i}$.

Il vient, en projection sur $\vec{i}$: $\frac{dv_x}{dt} = \frac{eU}{mL}$

La primitive est $v_x(t) = \frac{eU}{mL}t + C_1$ avec C_1 constante.

Or la vitesse initiale est nulle : $v_x(0) = C_1 = 0$

Ainsi, $v_x(t) = \frac{eU}{mL}t$. Cela s'écrit aussi $\frac{dx}{dt} = \frac{eU}{mL}t$.

La primitive est $x(t) = \frac{1}{2}\frac{eU}{mL}t^2 + C_2$ avec C_2 constante.

Or la position initiale du proton est l'origine de l'axe :

$x(0) = C_2 = 0$. On en déduit que $x(t) = \frac{1}{2}\frac{eU}{mL}t^2$.

e. Notons $t = t_1$, l'instant où le proton se trouve à $x(t_1) = L$ (en B).

Ainsi, $x(t_1) = L = \frac{1}{2}\frac{eU}{mL}t_1^2$. On en déduit $t_1^2 = \frac{2mL^2}{eU}$.

À cet instant, la vitesse du proton est :

$$v_x(t_1) = \frac{eU}{mL}t_1 = \frac{eU}{mL} \times L\sqrt{\frac{2m}{eU}}$$

$$\text{soit } v_x(t_1) = \sqrt{\frac{2eU}{m}} = \sqrt{\frac{2 \times 1{,}60 \times 10^{-19} \times 4{,}0 \times 10^6}{1{,}67 \times 10^{-27}}}$$

$v_x(t_1) = 2{,}8 \times 10^7$ m·s^{-1}

Cette vitesse finale ne dépend pas de la distance entre les armatures.

f. À l'instant initial, la vitesse du proton est nulle.

Son énergie cinétique $E_c(\text{I}) = \frac{1}{2}mv_0^2$ est nulle.

D'après le théorème de l'énergie cinétique :

$E_c(\text{F}) - E_c(\text{I}) = qU_{\text{IF}}$

Or $q = e$, $U_{\text{IF}} = U$ et $E_c(\text{I}) = 0$.

On en déduit : $E_c(\text{F}) = eU$

$\frac{1}{2}mv_F^2 = eU$ soit $v_F = \sqrt{\frac{2eU}{m}}$

On retrouve l'expression obtenue précédemment.