CHAP 6-EXOS Radioactivité-CORRIGE

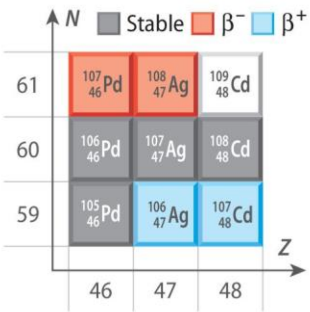
Exercices en autonomie: EC p147 n°1*à 11*/QCM p.159 n°12 à 24/ER p160 n°25-26-27/EC p537 n°29*-31*-34*-42*
Exercices p.524 et suiv: n°29*-33-36-37-43-45-49-50-52-55-61

29 En utilisant les lois de conservation, recopier et compléter les réactions nucléaires suivantes.

a. $^{222}_{86}Rn \to \ldots + ^{4}_{2}He$
b. $^{1}_{1}H + ^{6}_{3}Li \to ^{4}_{2}He + \ldots$
c. $^{11}_{5}B + \ldots \to ^{258}_{103}Lr + 5\,^{1}_{0}n$
d. $2\,^{16}_{8}O \to ^{28}_{14}Si + \ldots$
e. $^{12}_{6}C + ^{1}_{1}H \to \ldots + ^{1}_{0}n + 3\,^{1}_{1}H$
f. $\ldots + ^{1}_{0}n \to ^{161}_{60}Nd + ^{71}_{32}Ge + 2\,^{1}_{0}n$

29 a. $^{222}_{86}Rn \to ^{218}_{84}Po + ^{4}_{2}He$
b. $^{1}_{1}H + ^{6}_{3}Li \to ^{4}_{2}He + ^{3}_{2}He$
c. $^{11}_{5}B + ^{252}_{98}Cf \to ^{258}_{103}Lr + 5\,^{1}_{0}n$
d. $2\,^{16}_{8}O \to ^{28}_{14}Si + ^{4}_{2}He$
e. $^{12}_{6}C + ^{1}_{1}H \to ^{9}_{4}Be + ^{1}_{0}n + 3\,^{1}_{1}H$
f. $^{233}_{92}U + ^{1}_{0}n \to ^{161}_{60}Nd + ^{71}_{32}Ge + 2\,^{1}_{0}n$

33 À partir de l'extrait de diagramme (Z ; N) ci-contre :
a. identifier les isotopes radioactifs de l'argent représentés ;
b. écrire deux équations distinctes de désintégrations radioactives menant à l'isotope stable de l'argent représenté ici.



33 a. Les isotopes radioactifs de l'argent présentés ici sont l'argent 108 et l'argent 106.
b. Désintégration β^- du palladium 107 :
$$^{107}_{46}Pd \to ^{107}_{47}Ag + ^{0}_{-1}e$$
Désintégration β^+ du cadmium 107 :
$$^{107}_{48}Cd \to ^{107}_{47}Ag + ^{0}_{1}e$$

36 Le lanthane 138 a une demi-vie $t_{1/2} = 1{,}02 \times 10^{11}$ ans.
a. Calculer sa constante radioactive λ en s^{-1}.
b. Combien de noyaux contient un échantillon qui a une activité $A = 0{,}15$ Bq ?
c. En supposant cette activité constante, déterminer le nombre de noyaux disparaissant en un an.
Commenter le résultat.

36 a. La constante radioactive du lanthane 138 est :
$$\lambda = \frac{\ln(2)}{t_{1/2}} = \frac{\ln(2)}{1{,}02 \times 10^{11} \times 365 \times 24 \times 60 \times 60} = 2{,}15 \times 10^{-19}\ s^{-1}$$
b. Le nombre de noyaux dans un échantillon d'activité $A = 0{,}15$ Bq est $N = \frac{A}{\lambda} = 7{,}0 \times 10^{17}$.
c. En supposant cette activité constante, au bout de $\Delta t = 1{,}0$ an, il a disparu :
$A\Delta t = 0{,}15 \times 365 \times 24 \times 60 \times 60 = 4{,}7 \times 10^{6}$ noyaux
C'est une fraction infime du nombre initial. Le nombre de noyaux de l'échantillon, et donc son activité, est donc quasi constant.

37 Les noyaux de rubidium 86 ont une constante radioactive $\lambda = 3{,}72 \times 10^{-2}\ j^{-1}$.
a. Donner l'expression du nombre de noyaux $N(t)$ de rubidium 86 dans un échantillon, en fonction du temps t, du nombre de noyaux initial N_0 et de λ.
b. Combien reste-t-il de noyaux au bout de 300 jours si $N_0 = 2{,}5 \times 10^{11}$?
c. Quelle durée est nécessaire à la désintégration de 99,5 % des noyaux initialement présents ?

37 a. $N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$
b. Pour $t = 300$ j, on obtient $N(t) = 3{,}6 \times 10^{6}$ noyaux.
c. Si 99,5 % des noyaux initialement présents sont désintégrés, alors il en reste 0,5 %, donc $\frac{N(t)}{N_0} = 0{,}005$.
Cela se produit pour une durée $t = -\frac{1}{\lambda}\ln\left(\frac{N(t)}{N_0}\right) = 142$ j.

43 Découverte de la radioactivité artificielle

Utiliser un modèle • Utiliser ses connaissances

Histoire des sciences

En 1932, les expériences des physiciens français Irène et Frédéric Joliot-Curie ont mené à la découverte de la radioactivité β^+. En utilisant une source de polonium 210, radioactif α, ils bombardent de particules α une feuille d'aluminium 27 stable. Celui-ci se transforme en phosphore 30, qui se désintègre par radioactivité β^+.

- Écrire les équations des trois transformations citées.

43 Bombardement de l'aluminium 27 :

$${}^{27}_{13}\text{Al} + {}^{4}_{2}\text{He} \rightarrow {}^{30}_{15}\text{P} + {}^{1}_{0}\text{n}$$

Désintégration du phosphore 30 : ${}^{30}_{15}\text{P} \rightarrow {}^{30}_{14}\text{Si} + {}^{0}_{1}\text{e}$

45 Empoisonnement au polonium 210

Effectuer un calcul • Exploiter un énoncé

Le polonium ${}^{210}_{84}\text{Po}$ a pour demi-vie $t_{1/2} = 138{,}38$ j.

a. Écrire l'équation de sa désintégration α.

b. Calculer la constante radioactive λ de ${}^{210}_{84}\text{Po}$ en s^{-1}.

c. La dose létale pour un être humain a pour activité $A_{\text{létale}} = 10$ MBq. En déduire le nombre de noyaux de polonium correspondant à cette dose létale.

d. Déterminer la masse m_{Po} d'un noyau de polonium 210, puis la masse $m_{\text{létale}}$ de polonium de la dose létale.

45 a. ${}^{210}_{84}\text{Po} \rightarrow {}^{206}_{82}\text{Pb} + {}^{4}_{2}\text{He}$

b. $\lambda = \dfrac{\ln(2)}{t_{1/2}} = 5{,}7975 \times 10^{-8}\ \text{s}^{-1}$

c. Le nombre de noyaux de polonium correspondant à la dose létale est $N_{\text{létale}} = \dfrac{A_{\text{létale}}}{\lambda} = 1{,}7 \times 10^{14}$ noyaux.

d. La masse d'un noyau de polonium 210 est :
$m_{\text{Po}} = 210 m_n = 3{,}51 \times 10^{-25}$ kg
La masse de polonium correspondant à la dose létale est $m_{\text{létale}} = N_{\text{létale}} m = 6{,}0 \times 10^{-11}$ kg.

49 Contamination à l'iode 131

Effectuer un calcul • Exploiter un énoncé

Lors d'un accident grave dans une centrale nucléaire, des isotopes radioactifs, dont l'iode ${}^{131}_{53}\text{I}$, sont rejetés dans l'atmosphère.
Après l'accident de Fukushima en 2011, on a mesuré jusqu'à 5 200 Bq pour un litre de lait au voisinage de la centrale. Au-delà de 170 Bq par litre de lait, la prise en charge médicale d'une personne qui en a ingéré est nécessaire.
La demi-vie de l'iode 131 est $t_{1/2} = 8{,}0$ j.

- Déterminer combien de temps il faut attendre pour que la teneur en iode 131 d'un lait initialement à 5 200 $\text{Bq}\cdot\text{L}^{-1}$ soit assez faible pour ne plus nécessiter d'intervention s'il est bu.

49 L'activité vérifie la loi de décroissance radioactive $A(t) = A_0 e^{-\lambda t}$, où ici $A_0 = 5\,200$ Bq et $\lambda = \dfrac{\ln(2)}{t_{1/2}}$.

On a $A(t) < A_{\text{lim}} = 170$ Bq pour :

$$t > t_{\text{lim}} = -\frac{1}{\lambda}\ln\left(\frac{A_{\text{lim}}}{A_0}\right) = -\frac{t_{1/2}}{\ln(2)}\ln\left(\frac{A_{\text{lim}}}{A_0}\right) = 39 \text{ j}$$

50 Démontrer et appliquer le cours

Établir une loi • Tracer et exploiter un graphique

Un échantillon de noyaux d'arsenic radioactif est placé dans un compteur de radioactivité. Des comptages durant $\Delta t = 10$ s sont réalisés toutes les deux heures. Le nombre de désintégrations détectées à chaque comptage est présenté dans le tableau ci-dessous.

t (en h)	0	2	4	6	8	10
Nombre de désintégrations	786	755	733	701	686	654

Démonstration

1. On note λ la constante radioactive du noyau radioactif considéré, encore inconnue.

a. Montrer que le nombre $N(t)$ de noyaux radioactifs dans l'échantillon vérifie $\frac{dN}{dt} = -\lambda N$.

b. En notant N_0 le nombre de noyaux à $t = 0$ h, en déduire l'expression de $N(t)$.

c. Montrer enfin que l'activité radioactive de l'échantillon vérifie $A(t) = A_0 e^{-\lambda t}$, où A_0 est l'activité à $t = 0$ h que l'on exprimera en fonction de λ et N_0.

2. a. Rappeler la définition de la demi-vie $t_{1/2}$ d'un noyau radioactif.

b. Montrer que $t_{1/2} = \frac{\ln(2)}{\lambda}$.

Application

3. On cherche à savoir si l'échantillon testé est composé d'arsenic 76, de demi-vie 26,26 h, ou d'arsenic 77, de demi-vie 38,83 h.

a. Pourquoi ne peut-on pas identifier le noyau sans calcul juste en examinant les données ?

b. Montrer que si l'échantillon suit la loi de décroissance radioactive, alors $\ln\left(\frac{A}{A_0}\right) = -\lambda t$.

c. Pour chaque date, calculer l'activité A de l'échantillon, puis la grandeur $y = -\ln\left(\frac{A}{A_0}\right)$.

d. Placer sur un graphique les points représentant y en fonction de t. Tracer la droite-modèle et déterminer son coefficient directeur.

e. Identifier l'isotope de l'arsenic étudié.

50 1. a. Par définition, l'activité instantanée de l'échantillon est $A(t) = -\frac{dN}{dt}(t)$. Comme l'activité vérifie par ailleurs $A(t) = \lambda N(t)$, on obtient bien l'équation différentielle $\frac{dN}{dt} = -\lambda N$.

b. La solution générale de cette équation différentielle est de la forme $N(t) = Ke^{-\lambda t}$. Si N_0 est le nombre de noyaux à $t = 0$ h, alors $N_0 = Ke^{-\lambda \times 0}$, d'où $N_0 = K$. On en déduit que $N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$.

c. L'activité radioactive de l'échantillon vérifie $A(t) = \lambda N(t)$, soit $A(t) = \lambda N_0 e^{-\lambda t}$, que l'on peut écrire $A(t) = A_0 e^{-\lambda t}$ en posant $A_0 = \lambda N_0$.

2. a. La demi-vie $t_{1/2}$ d'un noyau radioactif est la durée au bout de laquelle la moitié des noyaux présents initialement dans un échantillon macroscopique de ces noyaux s'est désintégrée.

b. Ainsi, par définition, pour tout t : $N(t + t_{1/2}) = \frac{1}{2}N(t)$

En explicitant l'expression de $N(t)$, il vient :

$N_0 e^{-\lambda(t+t_{1/2})} = \frac{1}{2}N_0 e^{-\lambda t}$

qui s'écrit aussi : $N_0 e^{-\lambda t} e^{-\lambda t_{1/2}} = \frac{1}{2}N_0 e^{-\lambda t}$

Puisque $N_0 e^{-\lambda t}$ n'est pas nul, on obtient $e^{-\lambda t_{1/2}} = \frac{1}{2}$.

Cela donne $-\lambda t_{1/2} = \ln\left(\frac{1}{2}\right)$, ou encore $-\lambda t_{1/2} = -\ln(2)$, puis $t_{1/2} = \frac{\ln(2)}{\lambda}$.

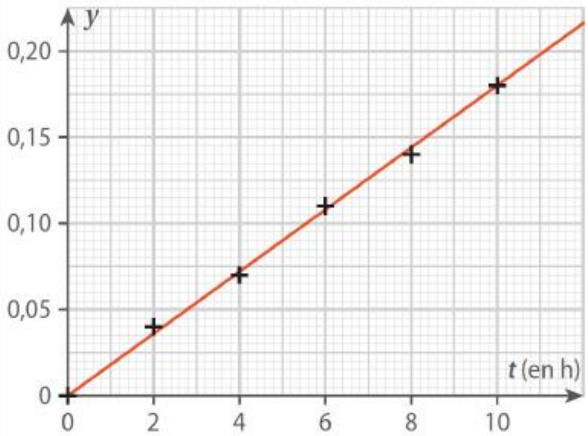
3. a. Les données ne contiennent pas de mesure au-delà de 10 h, donc on ne peut pas directement évaluer au bout de combien de temps l'activité a été divisée par deux.

b. Comme $A(t) = A_0 e^{-\lambda t}$, on a $\frac{A(t)}{A_0} = e^{-\lambda t}$ d'où $\ln\left(\frac{A}{A_0}\right) = -\lambda t$.

c. L'activité A de l'échantillon se calcule en becquerels en divisant le nombre de désintégrations par $\Delta t = 10$ s.

t (en h)	0	2	4	6	8	10
Nombre	786	755	733	701	686	654
$A(t)$ (en Bq)	7,86	7,55	7,33	7,01	6,86	6,54
y ($\times 10^{-2}$)	0	4,02	6,98	11,4	13,6	18,4

d. Voici le graphique :



Le coefficient directeur de la droite-modèle est $\lambda = 0{,}18$ h^{-1}.

e. On en déduit $t_{1/2} = \frac{\ln(2)}{\lambda} = 39$ j : il s'agit de l'arsenic 77.

52 Disparition du radium

Effectuer un calcul • Exercer son esprit critique

Le radium est un métal blanc, radioactif α, dont la désintégration donne du radon. Un gramme de radium 224 laissé à l'air libre pèse 0,15 g au bout de dix jours.

L'hélium et le radon sont des gaz nobles.

1. a. Écrire l'équation de la désintégration du radium 224.

b. Qu'est devenue la masse disparue ?

2. La masse d'un noyau de radium 224 est $m_{Ra} = 3{,}72 \times 10^{-25}$ kg.

a. Déterminer le nombre de noyaux disparu en 10 jours.

b. En déduire l'activité moyenne de l'échantillon au cours de cette expérience.

3. On notera λ la constante radioactive du radium 224 et $m_0 = 1{,}00$ g la masse de radium initiale.

a. Montrer que la masse de radium restant après une durée t s'écrit $m(t) = m_0 e^{-\lambda t}$.

b. Déduire des données que $\lambda = 2{,}2 \times 10^{-6}\ s^{-1}$.

c. En déduire la demi-vie du radium 220, en jours.

d. Pouvait-on considérer l'activité comme constante au cours de cette expérience ?

52 1. a. ${}^{224}_{88}Ra \rightarrow {}^{220}_{86}Rn + {}^{4}_{2}He$

b. La masse disparue est devenue du radon et de l'hélium, qui sont partis dans l'air.

2. a. La masse disparue est $m_{disp} = 0{,}85$ g.

Le nombre de noyaux ayant disparu est donc :

$$N_{disp} = \frac{m_{disp}}{m_{Ra}} = \frac{0{,}85 \times 10^{-3}}{3{,}72 \times 10^{-25}} = 2{,}3 \times 10^{21}$$

b. La durée de l'expérience étant 10 jours soit $\Delta t = 8{,}6 \times 10^5$ s, l'activité moyenne de l'échantillon au cours de cette expérience est :

$$A_{moy} = \frac{N_{disp}}{\Delta t} = 2{,}6 \times 10^{15}\ \text{Bq}$$

3. a. Soit N_0 le nombre de noyaux de radium initial. Le nombre de noyaux restant à la date t est, d'après la loi de décroissance radioactive, $N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$. Comme la masse de l'échantillon est proportionnelle au nombre de noyaux qu'il contient, alors la masse de radium restant après une durée t s'écrit bien $m(t) = m_0 e^{-\lambda t}$.

b. On a $m(\Delta t) = 0{,}15$ g pour $m_0 = 1{,}00$ g.

La loi précédente donne $m(\Delta t) = m_0 e^{-\lambda \Delta t}$

d'où $-\lambda \Delta t = \ln\left(\frac{m(\Delta t)}{m_0}\right)$

puis $\lambda = -\frac{1}{\Delta t} \ln\left(\frac{m(\Delta t)}{m_0}\right) = 2{,}2 \times 10^{-6}\ s^{-1}$.

c. La demi-vie du radium 220 est donc :

$$t_{1/2} = \frac{\ln(2)}{\lambda} = 3{,}2 \times 10^5\ \text{s} = 3{,}7\ \text{j}$$

d. En dix jours, l'activité, qui vérifie aussi la loi de décroissance exponentielle, a été divisée par plus de quatre, donc on ne peut pas la considérer comme constante au cours de cette expérience.

55 Datation d'une carotte de glace

Établir une loi • Exploiter un énoncé

La datation des calottes glaciaires au chlore 36 permet d'étudier les évolutions du climat de la Terre.

L'isotope du chlore ${}^{36}_{17}Cl$ est radioactif β^-, de demi-vie $t_{1/2} = 3{,}01 \times 10^5$ ans. Il est produit naturellement dans l'atmosphère, entre autres, par bombardement d'un noyau d'argon 36 par un neutron cosmique (produisant aussi une autre particule). Dans l'atmosphère et les eaux de surface, le chlore 36 est constamment renouvelé et sa teneur est constante. Dans la glace, à plusieurs mètres sous la surface, il n'est pas renouvelé. La proportion de chlore 36 diminue donc au cours du temps.

1. Écrire les équations de formation du chlore 36 dans l'atmosphère et de sa désintégration.

2. Des mesures sur un échantillon de glace prélevé en profondeur montrent que 30 % du chlore 36 a disparu par rapport à un échantillon de surface. On notera N_0 le nombre d'atomes de chlore 36 dans l'échantillon au moment où la neige est tombée et $N(t)$ le nombre dans l'échantillon d'âge t.

a. Exprimer $N(t)$ en fonction de N_0, t et $t_{1/2}$.

b. En déduire t en fonction des autres grandeurs.

c. Que vaut $\frac{N(t)}{N_0}$? En déduire l'âge de l'échantillon.

Adapté du sujet de Bac Réunion, 2009.

55 1. Formation du chlore 36 : ${}^{36}_{18}Ar + {}^{1}_{0}n \rightarrow {}^{36}_{17}Cl + {}^{1}_{1}p$

Désintégration : ${}^{36}_{17}Cl \rightarrow {}^{36}_{18}Ar + {}^{0}_{-1}e$

2. a. D'après la loi de décroissance radioactive :

$N(t) = N_0 e^{-(\ln 2)t/t_{1/2}}$

b. On en déduit $t = -\frac{t_{1/2}}{\ln(2)} \ln\left(\frac{N(t)}{N_0}\right)$.

c. Ici, $\frac{N(t)}{N_0} = 0{,}70$ puisque 30 % du chlore 36 initialement présent a disparu. L'échantillon est donc âgé de $t = -\frac{3{,}01 \times 10^5}{\ln(2)} \ln(0{,}70) = 1{,}5 \times 10^5$ ans.

61 Équilibre formation-désintégration du $^{14}_{6}C$

Établir une loi • Tracer et exploiter un graphique

La méthode de datation au carbone 14 est possible car la proportion des atomes de carbone de l'atmosphère se trouvant sous forme de carbone 14 est connue et considérée comme constante. En effet, les noyaux de carbone 14, certes radioactifs β^-, sont en permanence produits dans l'atmosphère, par bombardement d'un noyau d'azote 14 par un neutron cosmique, produisant une autre particule.

Donnée Demi-vie du carbone 14 : $t_{1/2} = 5\,730$ ans

1. Écrire les équations de formation et de désintégration du carbone 14.

2. Pour expliquer cette teneur constante en carbone 14, considérons la population $N(t)$ de l'ensemble des noyaux de carbone 14 de l'atmosphère à une date t.
Comme les bombardements cosmiques sont permanents, le nombre d'atomes de carbone 14 ainsi produits par unité de temps peut être noté par une constante k.

a. Exprimer, en fonction de $N(t)$ et de la constante radioactive λ du carbone 14, le nombre de noyaux de carbone 14 désintégrés par unité de temps.

b. En déduire que l'équation différentielle vérifiée par $N(t)$ peut se mettre sous la forme $\frac{dN}{dt} = k - \lambda N$.

c. Tracer l'allure de $N(t)$ en imaginant un instant initial fictif où il n'y a pas de carbone 14. Commenter l'allure de la courbe obtenue.

61 1. Formation du carbone 14 : $^{14}_{7}N + ^{1}_{0}n \rightarrow ^{14}_{6}C + ^{1}_{1}p$

Désintégration : $^{14}_{6}C \rightarrow ^{14}_{7}N + ^{0}_{-1}e$

2. a. Le nombre de noyaux de carbone 14 désintégrés par unité de temps est l'activité du carbone 14 : $A(t) = \lambda N(t)$

b. Considérons le nombre total de noyaux de carbone 14 entre une date t et une date $t + \Delta t$, où Δt est assez petite pour que l'on puisse considérer cette activité comme constante, mais assez grande pour qu'on puisse utiliser des relations statistiques. Le nombre de noyaux formés par bombardement cosmique pendant cette durée est $k\Delta t$, le nombre de noyaux désintégrés par radioactivité est $A(t)\Delta t = \lambda N(t)\Delta t$.

On en déduit que $N(t + \Delta t) - N(t) = k\Delta t - \lambda N(t)\Delta t$.

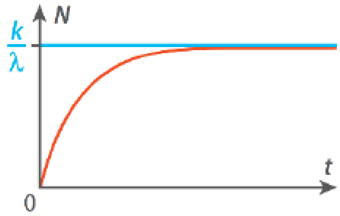
En divisant par Δt, cela donne :

$$\frac{N(t+\Delta t) - N(t)}{\Delta t} = k - \lambda N(t)$$

À la limite en zéro de Δt, on reconnaît la dérivée temporelle de $N(t)$, et l'équation différentielle que cette fonction vérifie est bien $\frac{dN}{dt} = k - \lambda N$.

c. La solution générale d'une telle équation différentielle est $N(t) = Ke^{-\lambda t} + \frac{k}{\lambda}$.

Si $N(0) = 0$, alors $K = -\frac{k}{\lambda}$ et on obtient $N(t) = \frac{k}{\lambda}(1 - e^{-\lambda t})$.



On constate qu'au bout d'un temps assez grand (un certain nombre de fois la constante de temps $\frac{1}{\lambda}$), $N(t)$ devient très proche d'une valeur asymptotique. On peut donc bien considérer le nombre comme constant.