

- 2.1. V
2.2. V
2.3. F mais
2.4. F mini

3.1.a.

7 La gamme naturelle de Pythagore

Conformément à des critères d'harmonie qui lui étaient propres, Pythagore utilisait le rapport de fréquence $3/2$ pour construire une gamme de notes consonantes couvrant une octave.

- Définir une octave.
- Sachant que le Do3 a une fréquence de 261,6 Hz, calculer la fréquence du Do4.
- Les notes intermédiaires entre le Do3 et le Do4, de fréquences respectives F_n , sont obtenues en multipliant la fréquence du Do3 par le facteur $(3/2)^n$, divisé éventuellement par un multiple de 2 pour que ce facteur soit compris entre 1 et 2.
Déterminer la fréquence de chacune de ces notes intermédiaires.

1. Définition de l'octave :

Une octave correspond à un intervalle de fréquences tel que la fréquence supérieure de l'intervalle est le double de la fréquence inférieure de l'intervalle

2. Calcul du Do4

$$F(\text{Do4}) = 2 \cdot F(\text{Do3}) = 2 \cdot 261,6 = 523,2 \text{ Hz.}$$

3. Fréquence des notes intermédiaires

On a :

$$F_n = F(\text{Do3}) \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^n$$

Donc

$$F_1 = F(\text{Do3}) \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^1 = 261,6 \cdot \left(\frac{3}{2}\right) = 292,4 \text{ Hz}$$

$$F_2 = F(\text{Do3}) \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^2 = 261,6 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^2 = 261,6 \cdot 2,25 = 261,6 \cdot \frac{2,25}{2} = 261,6 \cdot 1,125 = 294,3 \text{ Hz}$$

$$F_3 = F(\text{Do3}) \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^3 = 261,6 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^3 = 261,6 \cdot 3,38 = 261,6 \cdot \frac{3,38}{2} = 261,6 \cdot 1,69 = 441,5 \text{ Hz}$$

$$F_4 = F(\text{Do3}) \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^4 = 261,6 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^4 = 261,6 \cdot 5,06 = 261,6 \cdot \frac{5,06}{4} = 261,6 \cdot 1,26 = 331,1 \text{ Hz}$$

$$F_5 = F(\text{Do3}) \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^5 = 261,6 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^5 = 261,6 \cdot 7,59 = 261,6 \cdot \frac{7,59}{4} = 261,6 \cdot 1,90 = 496,63 \text{ Hz}$$

$$F_6 = F(\text{Do3}) \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^6 = 261,6 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^6 = 261,6 \cdot 11,39 = 261,6 \cdot \frac{11,39}{6} = 261,6 \cdot 1,90 = 496,63 \text{ Hz}$$

$$F_7 = F(\text{Do3}) \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^7 = 261,6 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^7 = 261,6 \cdot 17,08 = 261,6 \cdot \frac{17,08}{10} = 261,6 \cdot 1,71 = 447,34 \text{ Hz}$$

$$F_8 = F(\text{Do3}) \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^8 = 261,6 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^8 = 261,6 \cdot 25,63 = 261,6 \cdot \frac{25,63}{14} = 261,6 \cdot 1,83 = 478,90 \text{ Hz}$$

$$F_9 = F(\text{Do3}) \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^9 = 261,6 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^9 = 261,6 \cdot 38,44 = 261,6 \cdot \frac{38,44}{20} = 261,6 \cdot 1,92 = 502,84 \text{ Hz}$$

$$F_{10} = F(\text{Do3}) \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^{10} = 261,6 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^{10} = 261,6 \cdot 57,66 = 261,6 \cdot \frac{57,66}{30} = 261,6 \cdot 1,92 = 502,84 \text{ Hz}$$

$$F_{11} = F(\text{Do3}) \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^{11} = 261,6 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^{11} = 261,6 \cdot 86,49 = 261,6 \cdot \frac{86,49}{44} = 261,6 \cdot 1,96 = 514,26 \text{ Hz}$$

$$F_{12} = F(\text{Do3}) \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^{12} = 261,6 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^{12} = 261,6 \cdot 129,74 = 261,6 \cdot \frac{129,74}{66} = 261,6 \cdot 1,96 = 514,26 \text{ Hz}$$

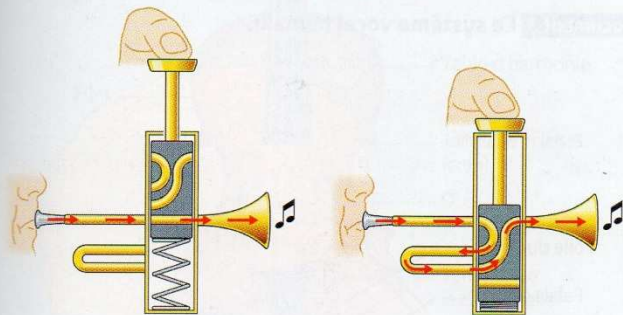
$$F_{13} = F(\text{Do3}) \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^{13} = 261,6 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^{13} = 261,6 \cdot 194,62 = 261,6 \cdot \frac{194,62}{98} = 261,6 \cdot 1,98 = 517,98 \text{ Hz}$$

$$F_{14} = F(\text{Do3}) \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^{14} = 261,6 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^{14} = 261,6 \cdot 291,93 = 261,6 \cdot \frac{291,93}{146} = 261,6 \cdot 1,99 = 523 \text{ Hz}$$

$$F_{15} = F(\text{Do3}) \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^{15} = 261,6 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^{15} = 261,6 \cdot 437,89 = 261,6 \cdot \frac{437,89}{220} = 261,6 \cdot 1,99 = 523 \text{ Hz}$$

9 Cornet à pistons

La trompette est un instrument à vent. Pour émettre des sons de hauteur différente, le trompettiste appuie sur des pistons, dont le principe est schématisé ci-dessous.



1. Définir la hauteur d'un son.
2. De quel paramètre dépend la hauteur du son émis par une colonne d'air ?
3. D'après le schéma, quel est l'effet du piston sur la colonne d'air ?
4. En appuyant sur le piston, le trompettiste augmente-t-il ou diminue-t-il la hauteur du son émis ?

1. La hauteur d'un son correspond à la fréquence de son mode fondamental de vibration.

2. La hauteur du son émis par une colonne d'air dépend principalement de la longueur de cette colonne d'air.

3. Le piston a pour effet de modifier la longueur de la colonne d'air.

4. En appuyant sur le piston, le trompettiste augmente la longueur de la colonne d'air, donc la longueur d'onde du mode fondamental.

Par conséquent, sa fréquence diminue et donc la hauteur du son diminue.

Car :

$$v = \frac{\lambda}{T} = \lambda \cdot f$$

$$f = \frac{v}{\lambda}$$

10 Cordes d'une guitare acoustique

Une guitare acoustique est équipée de six cordes. La longueur de chaque corde, entre les deux points fixes que constituent le sifflet et le chevalet (voir doc. 1 p. 70), est égale à 65,0 cm. Trois de ces cordes sont en acier, les trois autres sont composées d'un cordon en fibre synthétique autour duquel est enroulé un fil métallique très fin.

La célérité d'une onde transversale sur une corde est :

$$v = \sqrt{\frac{T}{\mu}}, \text{ avec } T \text{ la tension de la corde et } \mu \text{ sa masse linéique.}$$

1. Calculer la longueur d'onde du mode fondamental pour ces cordes.

2. La corde donnant la note la plus aiguë à vide oscille librement à une fréquence de 329,6 Hz. Elle est en acier, de masse linéique $0,625 \text{ g} \cdot \text{m}^{-1}$. Calculer la tension de cette corde.

3. La corde donnant la note la plus grave oscille librement à une fréquence de 82,4 Hz.

a. Avec quelle tension faudrait-il la tendre si elle était faite avec le même fil que la corde la plus aiguë ?

b. En quoi cela justifie-t-il la nécessité d'avoir une composition différente de ces deux cordes ?

c. Proposer une explication pour la structure particulière de la corde la plus grave.

1. Calcul de la longueur d'onde

On a La longueur de la corde est un multiple de la demi-longueur d'onde

$$L = n \cdot \frac{\lambda}{2}$$

λ : Longueur d'onde (m)

L : Longueur de la corde (m)

n : nombre entier (si fondamental, n = 1)

Ici comme on a le fondamental : n = 1 donc

$$L = \frac{\lambda}{2}$$

$$\lambda = 2 \cdot L = 2 \cdot 65 = 130 \text{ cm}$$

2. Calcul de la tension de la corde

$$v = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$$

$$v^2 = \frac{T}{\mu}$$

$$T = v^2 \cdot \mu$$

$$v = \lambda \cdot f$$

$$\text{donc } T = (\lambda \cdot f)^2 \cdot \mu = (0,130 \cdot 329,6)^2 \cdot 0,625 = 115 \text{ N}$$

3.a. Calcul de la tension de la corde

$$T = (\lambda \cdot f)^2 \cdot \mu = (0,130 \cdot 25)^2 \cdot 0,625 = 6,6 \text{ N}$$

b. La valeur de tension calculée est beaucoup trop faible pour pouvoir être réalisée. Il faut donc changer la composition de la corde.

c. Le fait d'utiliser un cordon en fibre synthétique autour duquel est enroulé un fil métallique très fin permet d'augmenter la masse linéique donc d'augmenter T

12 Flûte de Pan

Une flûte de Pan joue les cinq notes Do₃, Mi₃, Sol₃, Do₄ et Mi₄ d'une gamme dite naturelle, dont les intervalles sont définis par le choix de certains harmoniques de la note fondamentale. Les notes Do₄ et Mi₄ sont une octave au-dessus du Do₃ et du Mi₃. Les rapports des hauteurs du Mi₃ et du Sol₃ à celle du Do₃ sont respectivement égaux à 5/4 et 3/2.

Cette flûte est constituée de cinq tubes de roseau juxtaposés et fermés à leur extrémité inférieure. Le fond du tube est donc un nœud de vibration et l'extrémité supérieure un ventre.

1. La hauteur du Do₃ est égale à 262 Hz. Calculer la hauteur des autres notes.
2. Calculer la longueur d'onde du fondamental pour chacune des cinq notes.
3. Représenter schématiquement dans un tube l'onde stationnaire dont la fréquence est celle du fondamental. Justifier que la longueur du tube est égale au quart de la longueur d'onde.
4. Sachant que la célérité des ondes sonores dans l'air ambiant est de 340 m · s⁻¹, calculer la longueur de chaque tube.
5. Tous les modes harmoniques peuvent-ils être présents dans un tube ? Justifier.

1. Calcul de la hauteur des notes

$$F(\text{Mi}_3) = \frac{5}{4} \cdot F(\text{Do}_3) = 262 \cdot \frac{5}{4} = 328 \text{ Hz}$$

$$F(\text{Sol}_3) = \frac{3}{2} \cdot F(\text{Do}_3) = 262 \cdot \frac{3}{2} = 393 \text{ Hz}$$

$$F(\text{Do}_4) = 2 \cdot F(\text{Do}_3) = 2 \cdot 262 = 524 \text{ Hz} ;$$

$$F(\text{Mi}_4) = 2 \cdot F(\text{Mi}_3) = 2 \cdot 328 = 656 \text{ Hz}.$$

2. Calcul de la longueur d'onde du fondamental

On a

$$v = \frac{\lambda}{T} = \lambda \cdot f$$

donc :

$$\lambda = \frac{v}{f}$$

A.N.

Pour Do3

$$\lambda = \frac{340}{262} = 1,30 \text{ m}$$

De même,

$$\lambda(\text{Mi3}) = 1,04 \text{ m ;}$$

$$\lambda(\text{Sol3}) = 0,87 \text{ m ;}$$

$$\lambda(\text{Do4}) = 0,65 \text{ m ;}$$

$$\lambda(\text{Mi4}) = 0,52 \text{ m.}$$

3. Schéma:

- Dans un tube type flute de pan, **cf cours** on a 1 extrémité fermée, et l'autre ouverte
- A l'extrémité fermée on a un nœud et à l'extrémité ouverte un ventre

on a cf cours

Remarque :

Dans le cas particulier d'un tuyau fermé à une extrémité, un ventre de vibration se trouve à l'embouchure et un nœud à l'extrémité fermée ; on obtient alors une condition différente :

$$L = (2.n+1) \cdot \frac{\lambda}{4}$$

Pour le fondamental : $n = 1$

$$\text{donc la longueur du tuyau c'est } L = (2.0+1) \cdot \frac{\lambda}{4} = \frac{\lambda}{4}$$

4. Calcul de la longueur de chaque tube

Pour Do3

$$\lambda = 1,30 \text{ m}$$

$$\text{donc } L(\text{Do3}) = \frac{\lambda}{4} = \frac{1,30}{4} = 0,32 \text{ m}$$

De même,

$$L(\text{Mi3}) = 0,26 \text{ m ;}$$

$$L(\text{Sol3}) = 0,22 \text{ m ;}$$

$$L(\text{Do4}) = 0,16 \text{ m ;}$$

$$L(\text{Mi4}) = 0,13 \text{ m.}$$

5. Seuls les modes harmoniques impairs d'une note peuvent être présents dans un tube. Le tube présente une extrémité ouverte et une extrémité fermée. Il présente donc nécessairement un ventre à l'ouverture et un nœud à l'autre extrémité. Car on a :

$$L = (2.n+1) \cdot \frac{\lambda}{4}$$