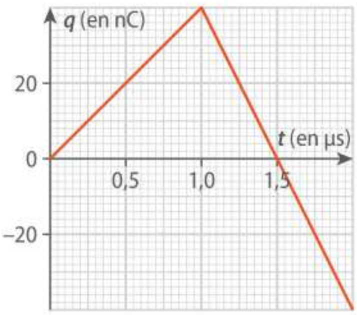
CHAP 22-EXOS Condensateur-Dipôle RC-CORRIGE

Exercices en autonomie: EC p537 n°2*-4*-5*-6*/QCM p.549 n°8 à 20/ER p551 n°21-22-23/EC p537 n°25*-27*-29*-31*-43*

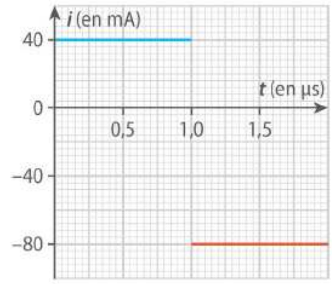
Exercices p.553 et suiv: n°26-28-30-32-34-35-38-42-45-(49)+type BAC n°53-54

26 La charge électrique q circulant en un point donné d'un circuit au cours du temps est représentée sur le graphique ci-contre.

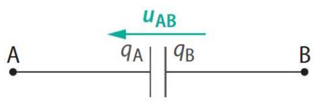
▪ Tracer le graphique représentant l'intensité $i(t)$ du courant correspondant.



26 L'intensité du courant électrique est la dérivée de la charge électrique. Pour une droite, cela correspond à son coefficient directeur.
La première partie de la courbe est une droite de pente $i_1 = \dfrac{40 \times 10^{-9}}{1{,}0 \times 10^{-6}} = 4{,}0 \times 10^{-2}$ A.
La seconde partie de la courbe est une droite de pente $i_2 = \dfrac{-40 \times 10^{-9} - 40 \times 10^{-9}}{2{,}0 \times 10^{-6} - 1{,}0 \times 10^{-6}} = -8{,}0 \times 10^{-2}$ A.
On en déduit le graphique de $i(t)$ (ci-dessous).



27 On considère un condensateur de capacité C entre les bornes duquel règne la tension u_{AB} et dont les armatures portent les charges électriques q_A et q_B.



28 Même consigne que l'exercice précédent.

u_{AB}	C	q_A	q_B
5,0 V	16,0 pF		
	7,0 µF		$6{,}3 \times 10^{-8}$ C
−4,0 µV		$-2{,}8 \times 10^{-7}$ C	

28

u_{AB}	C	q_A	q_B
5,0 V	16,0 pF	$8{,}0 \times 10^{-11}$ C	$-8{,}0 \times 10^{-11}$ C
9,0 mV	7,0 µF	$-6{,}3 \times 10^{-8}$ C	$6{,}3 \times 10^{-8}$ C
−4,0 µV	$7{,}0 \times 10^{-2}$ F	$-2{,}8 \times 10^{-7}$ C	$2{,}8 \times 10^{-7}$ C

29 Un circuit est formé d'un condensateur de capacité C et d'un dipôle ohmique de résistance R. On lui associe un temps caractéristique τ.

30 Même consigne que l'exercice précédent.

C	R	τ
9,0 mF	200 kΩ	
	2,4 MΩ	120 s
0,70 µF		700 ms

30

C	R	τ
9,0 mF	200 kΩ	$1{,}8 \times 10^{3}$ s
$5{,}0 \times 10^{-5}$ F	2,4 MΩ	120 s
0,70 µF	$1{,}0 \times 10^{4}$ Ω	700 ms

32 Un condensateur de capacité $C = 50$ nF a initialement une charge $q_0 = 3{,}5$ µC à une armature. Il est placé en série avec un dipôle ohmique de résistance R.
L'évolution de la tension u_C entre ses bornes vérifie :

$$RC\frac{du_C}{dt} + u_C = 0$$

a. Vérifier que l'expression $u_C(t) = U_0e^{-t/RC}$ est une solution de cette équation différentielle.

b. Quelle est la relation entre q_0 et U_0 ?

c. Calculer la valeur de U_0 et tracer l'allure de la courbe représentative de $u_C(t)$.

32 a. On calcule $\frac{du_C}{dt} = -\frac{U_0}{RC}e^{-t/RC}$ et on remplace dans l'équation différentielle :

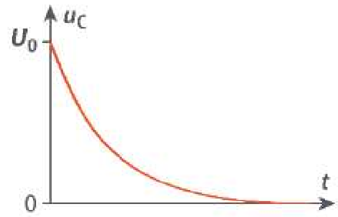
$$RC \times \left(-\frac{U_0}{RC}e^{-t/RC}\right) + U_0e^{-t/RC} = -U_0e^{-t/RC} + U_0e^{-t/RC} = 0$$

Cette solution ne dépend pas de la valeur U_0.

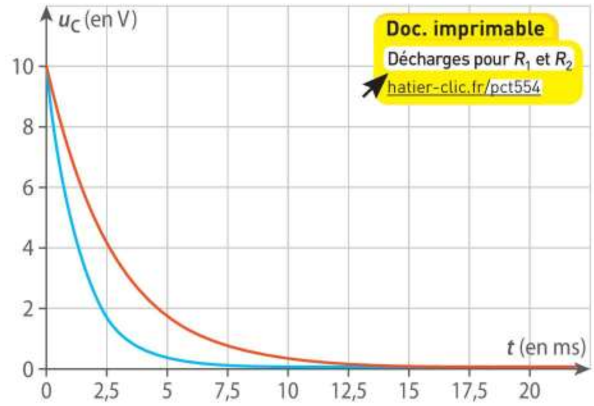
b. D'après la relation du condensateur : $q_0 = CU_0$

c. $U_0 = \frac{q_0}{C} = 70$ V

On donne ci-contre l'allure de la courbe de décharge.



34 Un condensateur de capacité C initialement chargé est associé en série avec un dipôle ohmique de résistance R réglable.
On donne la tension aux bornes du condensateur en fonction du temps lors de la décharge. La courbe bleue est obtenue pour $R = R_1 = 20{,}0$ kΩ, la courbe rouge pour $R = R_2$.



a. R_2 est-elle supérieure ou inférieure à R_1 ?

b. Déterminer graphiquement le temps caractéristique τ_1 de la courbe associée à R_1. En déduire la valeur de C.

c. Parmi ces valeurs, laquelle est celle de R_2 ? Justifier.

R_2 (en kΩ)	12,0	38,0	47,0	68,0

34 a. La courbe bleue montre une décharge plus rapide, donc un temps caractéristique plus court : $\tau_1 < \tau_2$. La capacité étant inchangée entre les deux situations, on en déduit $R_1 < R_2$.

b. Par la méthode de la tangente (ou bien en cherchant $u_C(\tau) = 3{,}7$ V), on trouve que $\tau = 1{,}3$ s.

On en déduit $C = \frac{\tau_1}{R_1} = \frac{1{,}3}{20 \times 10^3} = 6{,}5 \times 10^{-5}$ F.

c. Par le tracé de tangente à l'origine ou bien par le repérage de la valeur $u_C(\tau)$, on constate que $\tau_2 \approx 2\tau_1$ donc on en déduit que $R_2 = 38$ kΩ car c'est la proposition la plus cohérente.

35 Au tableau

Utiliser un modèle • Tracer un graphique

L'équation différentielle régissant, lors de la charge, la tension u_C aux bornes d'un condensateur de capacité C en série avec un dipôle ohmique de résistance R et d'un générateur de f.é.m. E est :

$$RC\frac{du_C}{dt} + u_C = E$$

a. Vérifier que l'expression $u_C(t) = A + Be^{-t/RC}$ est solution de l'équation différentielle. Déterminer A.

b. Déterminer l'expression de B dans le cas où le condensateur est initialement déchargé.

c. Faire de même dans le cas où le condensateur est initialement chargé sous la tension $U_0 < E$.

d. Sur un même graphique, tracer l'allure des fonctions $u_C(t)$ dans les deux cas précédents.

35 a. On calcule $\frac{du_C}{dt} = -\frac{B}{RC}e^{-t/RC}$ et on remplace les expressions de u_C et $\frac{du_C}{dt}$ pour vérifier l'équation différentielle :

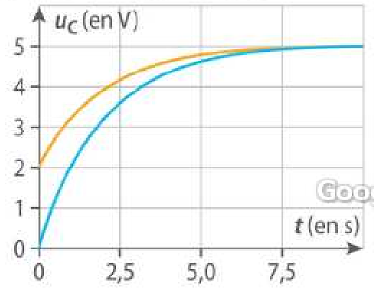
$$RC \times \left(-\frac{B}{RC}\right)e^{-t/RC} + A + Be^{-t/RC}$$
$$= -Be^{-t/RC} + A + Be^{-t/RC} = A$$

On en déduit que $u_C(t)$ est une solution si et seulement si $A = E$.

b. Si le condensateur est initialement déchargé, $u_C(t = 0) = 0$ et si on remplace avec son expression :
$u_C(t = 0) = E + Be^0 = 0$ d'où $B = -E$.

c. Dans ce cas :
$u_C(t = 0) = E + Be^0 = U_0$ d'où $B = U_0 - E$.

d. Un exemple où $E = 5{,}0$ V et $U_0 = 2$ V :



38 Analyse dimensionnelle

Faire une analyse dimensionnelle

a. À l'aide de la relation caractéristique du condensateur, déterminer la dimension de la capacité C d'un condensateur en fonction de celles de l'intensité du courant et de la tension.

b. À l'aide de la loi d'Ohm, déterminer la dimension de la résistance électrique R en fonction de celles de l'intensité et de la tension.

c. Vérifier l'homogénéité de l'expression du temps caractéristique du dipôle RC série : $\tau = RC$

Fiche 5 p. 601

38 a. On note en lettres capitales les dimensions des grandeurs. $i = C\frac{du_C}{dt}$ donc $I = \frac{[C]U}{T}$ et la dimension de la capacité est $[C] = \frac{IT}{U}$.

b. D'après la loi d'Ohm, $u = Ri$ donc $[R] = \frac{U}{I}$.

c. La dimension de τ se déduit des questions précédentes : $[\tau] = [R] \times [C] = \frac{U}{I} \times \frac{IT}{U} = T$

Le temps caractéristique est homogène à une durée.

42 Démontrer et appliquer le cours

Effectuer un calcul • Établir une loi

Un condensateur de capacité C est chargé sous une tension U_0. À l'instant $t = 0$ s, on met à ses bornes un dipôle ohmique de résistance R.

1. a. Établir l'équation différentielle qui régit l'évolution de la tension u_C aux bornes du condensateur lors de la décharge.

b. Montrer que sa solution s'écrit $u_C(t) = U_0 e^{-t/RC}$.

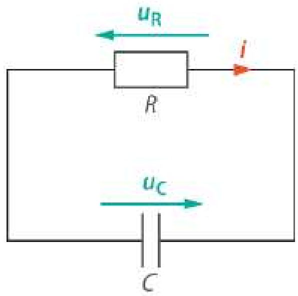
c. Exprimer l'intensité du courant $i(t)$.

2. Un défibrillateur permet d'appliquer un choc électrique à un patient dont les fibres musculaires du cœur se contractent de façon désordonnée. Il est modélisé par un condensateur de capacité $C = 470$ µF qui a été chargé sous une tension $U_0 = 1{,}5$ kV. Lors de la décharge, le thorax du patient peut être modélisé par un dipôle ohmique de résistance $R = 50\ \Omega$.

a. À quel instant l'intensité du courant dans le thorax est-elle maximale en valeur absolue ?
Calculer sa valeur maximale $|i_{max}|$.

b. La valeur de $|i_{max}|$ dépend-elle de celle de la capacité du condensateur ?

42 1. a. On fait un schéma de la situation. D'après la loi des mailles, on a :



$$u_C + u_R = 0$$

D'après la loi d'Ohm, on a :

$$u_R = Ri$$

Et par la relation courant-tension du condensateur,

on a : $i = C\dfrac{du_C}{dt}$

On en déduit ainsi : $u_C + RC\dfrac{du_C}{dt} = 0$

ou encore : $\dfrac{du_C}{dt} + \dfrac{u_C}{RC} = 0$

b. La solution de cette équation différentielle du premier ordre à coefficients constants est de la forme $u_C(t) = Ae^{-t/RC}$, où A est une constante à déterminer. D'après les conditions initiales :
$u_C(t = 0) = U_0$ donc $Ae^0 = U_0$
d'où $A = U_0$ et finalement, $u_C(t) = U_0e^{-t/RC}$.

c. On utilise la relation du condensateur :

$$i = C\frac{du_C}{dt} = C \times \left(-\frac{1}{RC}\right) U_0e^{-t/RC} = -\frac{U_0}{R}e^{-t/RC}$$

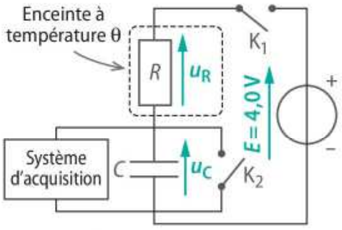
2. a. En valeur absolue, le courant est le plus élevé en début de décharge, donc $|i_{max}| = |i(t = 0)| = \dfrac{U_0}{R}$.

b. La valeur de $|i_{max}|$ ne dépend que de la tension initiale et de la valeur de la résistance.

45 Sonde thermique BAC

Exploiter un graphique • Modéliser des données

Doc. imprimable
Évolutions de la tension
hatier-clic.fr/pct557

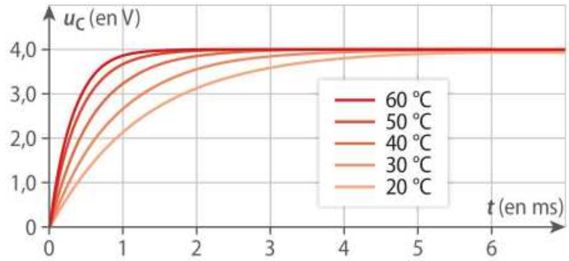


Une sonde thermique est formée d'un dipôle RC série, alimenté par un générateur de tension continue. Le condensateur a une capacité $C = 1{,}0\ \mu F$. Le dipôle ohmique est une thermistance : la valeur de sa résistance R dépend de la température. On le place dans une enceinte de température θ. Un système d'acquisition enregistre l'évolution temporelle de la tension u_C aux bornes du condensateur.

Pour tracer la courbe d'évolution de la valeur de la résistance de la thermistance en fonction de la température, on réalise le protocole suivant.

Le condensateur est initialement déchargé et les interrupteurs K_1 et K_2 sont ouverts.

À $t = 0$ s, on ferme K_1 et on enregistre l'évolution de u_C jusqu'à la fin de la charge du condensateur. Puis on ouvre K_1 et on ferme K_2 : le condensateur se décharge complètement. On ouvre K_2. La température est modifiée et on répète le protocole. Le graphique ci-dessous montre les enregistrements obtenus.



De telles sondes thermiques sont utilisées par exemple dans les fours électriques de céramistes.

a. Établir l'équation différentielle vérifiée par la tension u_C lors de la charge.

b. La solution de cette équation est de la forme :

$$u_C = A + Be^{-t/RC}$$

En tenant compte des conditions initiales et finales de la charge, exprimer A et B.

c. Imprimer le graphique disponible à l'adresse hatier-clic.fr/pct557 puis déterminer graphiquement le temps caractéristique τ_1 associé à la température $\theta_1 = 20$ °C.

d. En déduire la résistance R_1 correspondante.

e. Procéder de la même manière avec les autres températures et recopier et compléter le tableau ci-dessous.

θ (en °C)	20	30	40	50	60
τ (en ms)					
R (en kΩ)					

f. Placer les points de mesure sur un graphique représentant R en fonction de θ et ajouter la courbe-modèle.

g. La sonde est placée dans une enceinte dont on souhaite mesurer la température θ_p. On mesure avec un ohmmètre une résistance $R_p = 0{,}50$ kΩ.

Grâce à la courbe d'étalonnage, déterminer la valeur de la température θ_p.

Adapté du sujet de Bac Antilles, 2005.

45 a. On note i le courant parcourant le circuit, issu de la borne positive du générateur. On établit l'équation différentielle de la tension aux bornes du condensateur en utilisant la loi des mailles, la loi d'Ohm, puis la relation courant-tension du condensateur :

$u_C + u_R - E = 0 \qquad u_C + Ri = E$

$$u_C + RC\frac{du_C}{dt} = E \quad \text{soit} \quad \frac{du_C}{dt} + \frac{u_C}{RC} = \frac{E}{RC}$$

b. On calcule $\frac{du_C}{dt} = -\frac{B}{RC}e^{-t/RC}$ et on remplace dans l'équation différentielle :

$$-\frac{B}{RC}e^{-t/RC} + \frac{A}{RC} + \frac{B}{RC}e^{-t/RC} = \frac{E}{RC} \quad \text{soit } A = E$$

En outre, d'après les conditions initiales (graphiques), on a $u_C(t = 0) = 0$ donc $E + Be^0 = 0$ soit $B = -E$.

c. On repère graphiquement l'abscisse de l'intersection entre la tangente à l'origine et l'asymptote aux temps longs. On trouve $\tau_1 = 1{,}3$ ms.

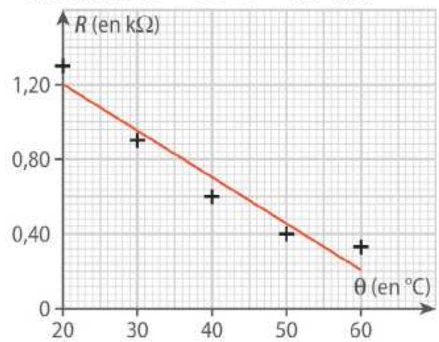
d. La résistance vaut $R_1 = \frac{\tau_1}{C} = 1{,}3 \times 10^3\ \Omega$.

e.

θ (en °C)	20	30	40	50	60
τ (en ms)	1,3	0,90	0,60	0,40	0,33
R (en kΩ)	1,3	0,90	0,60	0,40	0,33

f. On trace les points et la droite d'étalonnage d'équation : $R = a\theta + b$

où $a = -0{,}025\ \text{k}\Omega\cdot°\text{C}^{-1}$ et $b = 1{,}7$ kΩ.



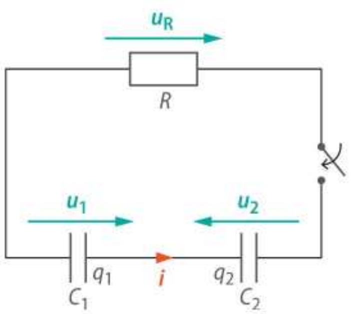
g. À partir de l'étalonnage, on détermine :

$$\theta_p = \frac{R_p - b}{a} = 48\ °C$$

On peut aussi pointer sur la droite d'étalonnage la valeur θ_p correspondant à R_p.

49 Décharge d'un condensateur dans un autre

Établir une loi • Tracer un graphique



On considère deux condensateurs associés en série avec un dipôle ohmique de résistance $R = 470\ \Omega$ et un interrupteur ouvert. Le premier condensateur, de capacité $C_1 = 200\ \mu F$ est initialement chargé de sorte que la charge portée par son armature positive est $q_0 = 5{,}0$ mC. L'autre condensateur, de capacité $C_2 = 300\ \mu F$, est initialement déchargé.

À un instant pris comme origine des temps ($t = 0$ s), on ferme l'interrupteur.

1. On cherche à établir l'équation d'évolution de la charge aux bornes du condensateur de capacité C_2.

a. On note $q_1(t)$ et $q_2(t)$ la charge à l'armature positive de chaque condensateur.

Donner la relation entre $q_1(t)$, $q_2(t)$ et q_0.

b. Donner la relation entre u_1, u_2, R et i.

c. Rappeler la relation entre i, q_2 et t.

d. Utiliser les relations caractéristiques des condensateurs pour montrer que l'on peut écrire :

$$\frac{dq_2}{dt} + \frac{q_2}{\tau_A} = \frac{q_0}{\tau_B}$$

où on exprimera τ_A et τ_B en fonction des données.

2. On étudie à présent la solution de l'équation différentielle et l'évolution du système.

a. Donner la solution générale de l'équation homogène.

b. Donner une solution particulière de l'équation différentielle.

c. Calculer la charge de chaque condensateur pour des temps très longs.

d. Tracer les courbes représentant q_1 et q_2 en fonction du temps.

49 1. a. D'après le principe de conservation de la charge : $q_1(t) + q_2(t) = q_1(0) + q_2(0) = q_0$

b. Par la loi des mailles et la loi d'Ohm :

$Ri + u_2 - u_1 = 0$

c. La relation du condensateur donne : $i = \dfrac{dq_2}{dt}$

d. On remplace i dans l'expression en **1b** et on a :

$R\dfrac{dq_2}{dt} + u_2 - u_1 = 0$

Puis on utilise les relations constitutives $q_1 = C_1u_1$ et $q_2 = C_2u_2$ pour remplacer u_1 et u_2 :

$$R\frac{dq_2}{dt} + \frac{q_2}{C_2} - \frac{q_1}{C_1} = 0$$

Puis on remplace q_1 grâce à la question **1a** :

$$R\frac{dq_2}{dt} + \frac{q_2}{C_2} - \frac{1}{C_1}(q_0 - q_2) = 0$$

On obtient, après un peu de calcul : $\dfrac{dq_2}{dt} + \dfrac{q_2}{\tau_A} = \dfrac{q_0}{\tau_B}$

avec $\tau_A = \dfrac{RC_1C_2}{C_1 + C_2}$ et $\tau_B = RC_1$.

2. a. La solution sans second membre est de la forme $q_{2ssm}(t) = Ae^{-t/\tau_A}$.

b. Une solution particulière est $q_{2p} = \dfrac{q_0\tau_A}{\tau_B}$.

c. La solution totale est $q_2(t) = q_{2ssm}(t) + q_{2p}(t)$, soit $q_2(t) = Ae^{-t/\tau_A} + \dfrac{q_0\tau_A}{\tau_B}$. D'après la condition initiale,

$q_2(t = 0) = 0$ donc $Ae^0 + \dfrac{q_0\tau_A}{\tau_B} = 0$ d'où $A = -\dfrac{q_0\tau_A}{\tau_B}$

et on a $q_2(t) = \dfrac{q_0\tau_A}{\tau_B}(1 - e^{-t/\tau_A})$.

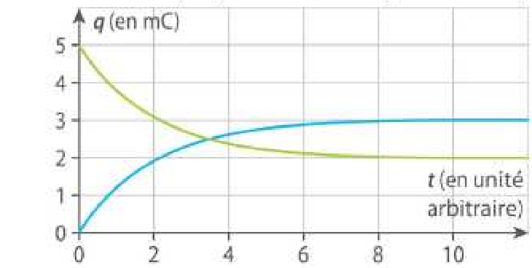
Pour des temps très longs :

$q_{2\infty} = \lim\limits_{t\to\infty} q_2(t) = \dfrac{q_0\tau_A}{\tau_B} = \dfrac{q_0C_2}{C_1 + C_2} = 3{,}0$ mC

et par la conservation de la charge :

$q_{1\infty} = q_0 - q_{2\infty} = \dfrac{q_0C_1}{C_1+C_2} = 2{,}0$ mC

d. On trace l'allure des charges des condensateurs au cours du temps (unité arbitraire pour celui-ci).

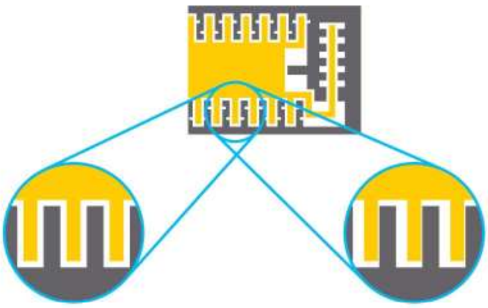


Doc. imprimable
Évolution de la tension et de l'intensité
hatier-clic.fr/pct561

53 Accélérateur et airbag

[L'accéléromètre] est utilisé pour déclencher le gonflage des airbags des véhicules en cas de choc brutal. Il est constitué de deux pièces en forme de peignes complémentaires. L'une est fixe et constitue le cadre, l'autre est mobile à l'intérieur de ce cadre, suspendue par une lamelle flexible, sans contact entre les deux parties. L'ensemble constitue un condensateur. En cas de choc brutal du véhicule, la partie mobile se déplace par inertie dans le sens opposé au mouvement [...]. Ce changement de distance entre le peigne mobile et le cadre modifie la capacité du condensateur. Dès que le circuit intégré détecte ce changement de capacité, il commande le gonflage de l'airbag, avant même que le conducteur et les passagers du véhicule ne soient projetés en avant.

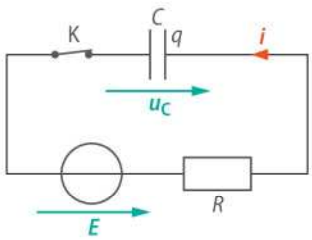
À la découverte du nanomonde, défis CEA et Internet.



Avant le choc

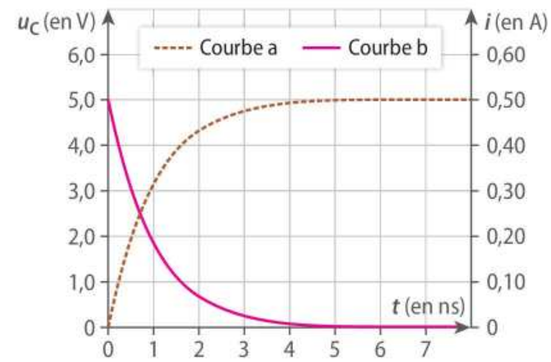
Après le choc, l'espacement entre les dents du peigne est modifié.

Le peigne mobile et le cadre constituent un condensateur de capacité $C = 100$ pF. Il est branché aux bornes d'une pile de résistance interne R et de force électromotrice $E = 5{,}0$ V.



1. L'accéléromètre en dehors de chocs

À l'instant $t = 0$ s, la mise sous tension de l'accéléromètre revient à fermer l'interrupteur K, le condensateur étant déchargé avant fermeture.
On obtient les courbes suivantes.



1.1. Sur cette figure, identifier, en justifiant, la courbe de tension et la courbe d'intensité.

1.2. Délimiter de façon approximative et qualifier les deux régimes de fonctionnement du circuit.

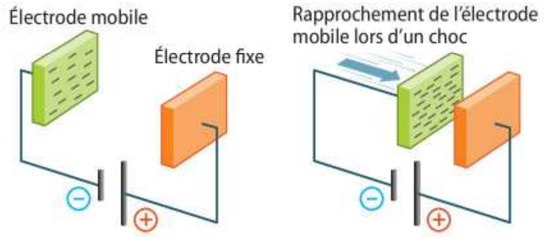
1.3. Télécharger et imprimer le graphique disponible à l'adresse hatier-clic.fr/pct561.
Déterminer graphiquement la valeur du temps caractéristique du dipôle RC. Comparer cette valeur à la durée d'un choc de l'ordre de 200 ms.

1.4. En déduire la valeur de la résistance R.

1.5. À l'aide du graphique, déterminer, en régime permanent, la valeur de la charge q du condensateur.

2. Déclenchement de l'airbag

Le rapprochement des deux armatures provoqué par un choc entraîne une augmentation de la capacité C du condensateur.



Comme le temps caractéristique est très faible, on considérera que la valeur de la résistance est nulle.

2.1. Parmi ces deux expressions de C en fonction de la distance d entre les armatures du condensateur, choisir en justifiant celle qui peut convenir :

a. $C = kd$ **b.** $C = \frac{k}{d}$

2.2. Donner l'expression de la tension aux bornes du condensateur u_C et de la charge q du condensateur avant le choc, en fonction de E.

2.3. Justifier que la tension aux bornes du condensateur n'est pas modifiée par le choc. En déduire que le choc fait augmenter la charge q du condensateur.

2.4. Dans quel sens se déplacent les électrons du fait de la variation de charge q du condensateur ?

2.5. Donner la relation entre l'intensité i du courant et la charge q du condensateur.

2.6. Choisir la ou les affirmations qui conviennent.
Le déclenchement du gonflage de l'airbag est commandé par la détection d'une variation :

a. de tension aux bornes du condensateur.

b. d'intensité du courant dans le circuit.

c. de tension aux bornes du générateur.

Adapté du sujet de Bac Métropole, 2009.

DES CLÉS POUR RÉUSSIR

1.1. Pour identifier les courbes, utiliser les valeurs initiales, ou les valeurs en régime permanent, ou le fait que l'une est proportionnelle à la dérivée de l'autre.

2.4. Si q augmente, c'est que des charges négatives ont quitté la borne du condensateur relié à la borne positive du générateur.

53 1.1. Lors de la charge du condensateur, la tension augmente, ce qui correspond à la courbe a. L'intensité, quant à elle, diminue car de moins de moins de charges sont transférées lors de l'accumulation aux armatures, ce qui correspond à la courbe b.
1.2. Avant t = 1,5 ms, les deux courbes montrent une variation au cours du temps (la tension augmente, l'intensité diminue). C'est un régime transitoire. Après t = 1,5 ms, les deux courbes semblent constantes, ce qui correspond au régime permanent.
1.3. On utilise la méthode de la tangente à l'origine ou bien on lit graphiquement le temps au bout duquel on atteint 63 % de la tension maximale. On obtient $\tau = 1$ ns. La durée d'un choc est huit ordres de grandeur plus élevée que ce temps caractéristique de charge ! Le capteur est prêt à fonctionner presque instantanément comparé à la durée d'un choc.
1.4. L'expression littérale est $\tau = RC$ et on déduit :

$$R = \frac{\tau}{C} = \frac{1 \times 10^{-9}}{100 \times 10^{-12}} = 100\ \Omega$$

1.5. En régime permanent, la tension est E = 5,0 V, ce qui correspond à une charge $q = CE = 5{,}0 \times 10^{-10}$ C.
2.1. L'expression **b** est cohérente avec le fait que la capacité d'un condensateur augmente quand les armatures se rapprochent.
2.2. Avant le choc : $u_C = E$ et $q = CE$
2.3. Le générateur impose sa tension au capteur indépendamment des conditions extérieures. La tension E ne varie donc pas lors du choc. En revanche, l'espace entre les armatures est diminué, ce qui augmente la capacité du condensateur vu que $C = \frac{k}{d}$.
2.4. La charge q du condensateur augmente vu que C augmente et que E est constant. Les électrons quittent l'armature positive et vont vers l'armature négative, augmentant la charge accumulée sur chacune.
2.5. $i = \frac{dq}{dt}$
2.6. Puisque la charge électrique varie, la tension aux bornes du condensateur varie (affirmation **a** correcte).
L'intensité était nulle avant le choc (régime permanent) et prend une valeur non nulle lors de la variation de charge, ce qui rend l'affirmation **b** correcte.
En revanche, il a été précisé que la tension aux bornes du générateur ne varie pas.

54 Stimulateur cardiaque SVT

Un stimulateur cardiaque est un dispositif perfectionné et miniaturisé, relié au cœur humain par des électrodes (appelées les sondes). Le stimulateur est actionné grâce à une pile intégrée, généralement au lithium ; il génère de petites impulsions électriques de basse tension qui forcent le cœur à battre à un rythme régulier et suffisamment rapide. Il comporte donc deux parties : le boîtier, source des impulsions électriques, et les sondes, qui conduisent le courant. Le générateur d'impulsions du stimulateur cardiaque peut être modélisé par le circuit représenté ci-dessous.

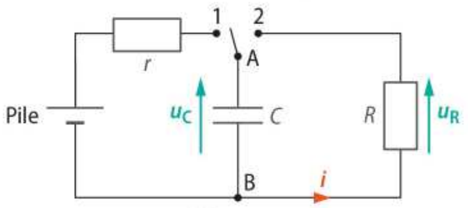


Figure 1

La valeur de r est très faible, de telle sorte que le condensateur se charge très rapidement lorsque l'interrupteur (en réalité, un dispositif électronique) est en position 1. Lorsque la charge est terminée, l'interrupteur bascule en position 2. Le condensateur se décharge lentement dans la résistance R, de valeur élevée.

Quand la tension aux bornes de R atteint une valeur donnée (e^{-1} fois sa valeur initiale), le boîtier envoie au cœur une impulsion électrique par l'intermédiaire des sondes. L'interrupteur bascule simultanément en position 1 et la recharge du condensateur se fait quasiment instantanément à travers r. Le processus recommence.

D'après *Physique*, Terminale S, éditions Bréal.

Étude du générateur d'impulsions

Pour déterminer la valeur de R, on insère le condensateur, préalablement chargé sous la tension E, dans le circuit ci-contre.

La capacité du condensateur est $C = 0{,}40\ \mu F$.

On enregistre alors l'évolution de la tension u_C aux bornes du condensateur.

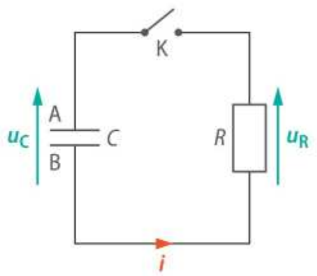
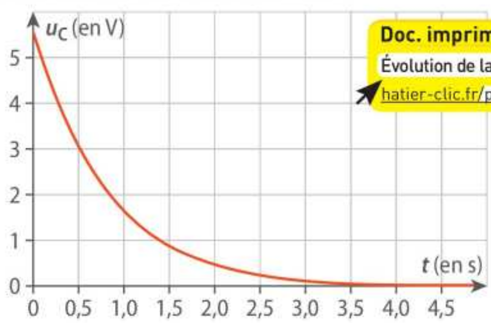


Figure 2

On obtient la courbe ci-dessous.



Doc. imprimable
Évolution de la tension
hatier-clic.fr/pct562

Télécharger et imprimer la courbe disponible à l'adresse hatier-clic.fr/pct562.

1. Exploitation de la courbe

1.1. Déterminer graphiquement la valeur de E.

1.2. Déterminer graphiquement la valeur du temps caractéristique τ de décharge du condensateur.

2. Détermination de *R*

2.1. En respectant les notations de la figure 2, donner :

– la relation liant l'intensité du courant i et la charge q de l'une des armatures du condensateur, que l'on précisera ;

– la relation liant u_R et i.

2.2. En déduire que la tension u_C aux bornes du condensateur vérifie l'équation différentielle :

$$\frac{du_C}{dt} + \frac{1}{RC}u_C = 0$$

2.3. Montrer que cette équation différentielle admet une solution de la forme : $u_C(t) = Ae^{-t/\tau}$

Donner les expressions de A et τ en fonction de E, C et R.

2.4. En utilisant la valeur de τ déterminée en **1.2**, calculer la valeur de R.

3. Les impulsions

On admet pour la suite que, tant que le condensateur se décharge, l'évolution de u_R en fonction du temps est donnée par : $u_R(t) = 5{,}6e^{-t/0{,}80}$

où u_R est exprimé en volts et t en secondes.

3.1. Calculer la valeur de u_R qui déclenche l'envoi d'une impulsion vers le cœur.

3.2. À quel instant, après le début de la décharge, cette valeur est-elle atteinte ?

3.3 Que se passe-t-il après cet instant ?

Représenter l'allure de l'évolution de u_R au cours du temps lors de la génération des impulsions.

Préciser les valeurs remarquables.

3.4. Déterminer la fréquence des impulsions de tension ainsi générées. Vérifier que le résultat est bien compatible avec une fréquence cardiaque normale.

Adapté du sujet de Bac Polynésie, 2007.

DES CLÉS POUR RÉUSSIR

1.2. Le temps caractéristique se détermine graphiquement comme la durée au bout de laquelle la tangente à la courbe à l'origine croise son asymptote horizontale. C'est aussi (en décharge) la durée pour laquelle la tension vaut 37 % de sa valeur initiale.

2.1. Attention, pour la résistance, les flèches de tension et d'intensité sont dans le même sens.

2.3. Pour trouver l'expression de A, étudier la condition initiale.

3.1. Relire le paragraphe introductif pour savoir quel événement déclenche l'envoi d'une impulsion.

3.4. La durée de charge étant négligeable d'après le texte introductif, la période des impulsions est égale à la durée de décharge.

54 1.1. On lit la tension initiale sur le graphique :
$E = 5{,}5$ V

1.2. Par la méthode de la tangente ou en lisant le temps τ pour lequel $u_C(\tau) = 0{,}37E$, on trouve $\tau = 0{,}8$ s.

2.1. On note q la charge portée par l'armature A.

On a $i = \frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t}$ car le condensateur est en convention récepteur et $u_R = -Ri$ car le dipôle ohmique est en convention générateur.

2.2. On a $u_C = u_R$ avec $u_R = -Ri$ et en remplaçant i et utilisant la relation $q = Cu_C$, on trouve :

$$\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} + \frac{1}{RC}u_C = 0$$

2.3. u_C est régie par une équation différentielle du premier ordre à coefficients constants. La solution est de la forme $u_C = Ae^{-t/RC}$, ce qui permet d'identifier $\tau = RC$. D'autre part, la condition initiale est telle que $u_C(t = 0) = E$ soit $Ae^0 = E$ et donc $A = E$.

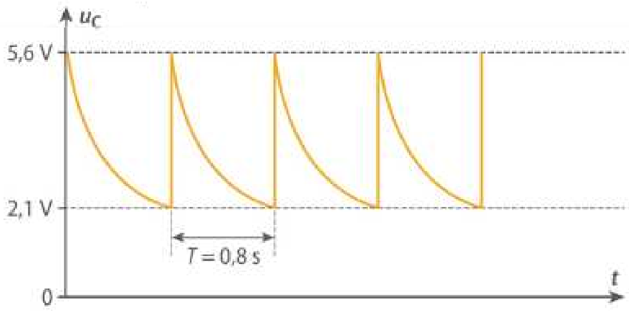
2.4. $R = \frac{\tau}{C} = \frac{0{,}8}{0{,}40 \times 10^{-6}} = 2 \times 10^6\ \Omega$

3.1. Vu que $u_C = u_R$ à tout instant, on cherche la valeur $u_R = e^{-1}u_C(t = 0) = e^{-1} \times 0{,}56 = 0{,}21$ V.

3.2. On cherche le temps tel que $u_C(t) = e^{-1}u_C(t = 0)$. D'après l'expression fournie, cela revient à :

$0{,}56e^{-t/0{,}80} = 0{,}56e^{-1}$ soit $-\frac{t}{0{,}80} = -1$ donc $t = 0{,}8$ s.

3.3. Une fois cette date atteinte, le condensateur se recharge presque instantanément car l'interrupteur bascule en position 1 où la résistance est très faible.



3.4. La fréquence des impulsions se calcule :

$f = \frac{1}{0{,}8} = 1{,}25$ Hz

Si l'on calcule le nombre d'impulsions pendant une minute, on trouve $1{,}25 \times 60 = 75$ impulsions par minute. Cela correspond à un rythme cardiaque humain moyen.