Thème 4 : Ondes et signaux
Partie 1. Caractériser les phénomènes ondulatoires
CHAP 19-EXOS Diffraction-Interférences-CORRIGE

Exercices en autonomie: QCM p.473 n°15 à 21/ER p474 à 477 n°25-27/EC n°32*-35*-43*

Exercices p.478 et suiv. : n°45-47-49-59-64+type BAC n°68

45 Fil de pêche
Effectuer un calcul • Utiliser un modèle

Pour vérifier l'épaisseur a d'un fil de pêche en nylon, William place plusieurs fils calibrés à quelques centimètres d'une diode laser de longueur d'onde $\lambda = 650$ nm et mesure l'angle caractéristique θ de diffraction. Il obtient le tableau suivant.

a (en mm)	0,10	0,20	0,30	0,40	0,50
θ ($\times 10^{-3}$ rad)	6,6	3,3	2,1	1,6	1,3

Pour le fil de pêche, il mesure $\theta_{fil} = 2,5 \times 10^{-3}$ rad.

a. Représenter la courbe $\theta = f\left(\frac{1}{a}\right)$.

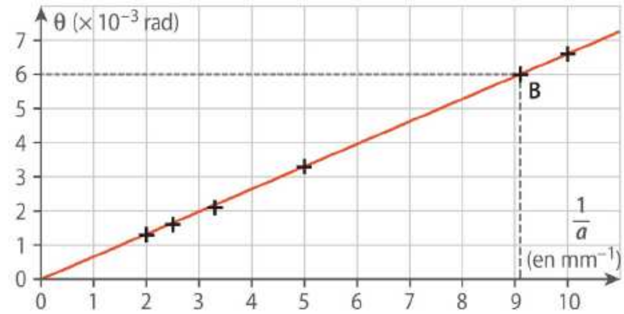
b. Interpréter l'allure de la courbe obtenue.

c. Déterminer, en expliquant la méthode utilisée, l'épaisseur du fil de pêche.

d. Le fabricant annonce une épaisseur $a_0 = 0,25$ mm. Calculer l'écart relatif de la mesure et commenter.

45 a. On complète le tableau et on trace le graphique.

a (en mm)	0,10	0,20	0,30	0,40	0,50
θ ($\times 10^{-3}$ rad)	6,6	3,3	2,1	1,6	1,3
$\frac{1}{a}$ (en m^{-1})	$1,0 \times 10^4$	$5,0 \times 10^3$	$3,3 \times 10^3$	$2,5 \times 10^3$	$2,0 \times 10^3$



b. La courbe obtenue est une droite passant par l'origine ce qui montre que θ est proportionnel à $\frac{1}{a}$.

On a donc $\theta = k \times \frac{1}{a}$, k étant le coefficient directeur de la droite-modèle.

c. $k = \frac{y_B - y_0}{x_B - x_0} = \frac{6,0 \times 10^{-3}}{9,1 \times 10^3}$

$k = 6,6 \times 10^{-7}$ m $= 6,6 \times 10^2$ nm

Comme $\theta = k \times \frac{1}{a}$, alors $a = \frac{k}{\theta} = \frac{6,6 \times 10^{-7}}{2,5 \times 10^{-3}}$

$a = 2,6 \times 10^{-4}$ m $= 0,26 \times 10^{-3}$ m $= 0,26$ mm

d. Écart relatif $= \frac{|0,26 - 0,25|}{0,25} = 0,040 = 4,0$ %

Les résultats sont bien cohérents, cette technique de mesure de l'épaisseur est assez fiable.

47 La bonne expression
Utiliser un modèle

On éclaire un dispositif des trous d'Young distants de b avec un laser de longueur d'onde λ et on mesure l'interfrange i sur un écran à la distance D. On constate que i est proportionnel à D et que i augmente quand b diminue. Voici six expressions possibles :

1. $i = \frac{\lambda D^2}{b}$ **2.** $i = \frac{\lambda D^2}{b^2}$ **3.** $i = \frac{D}{b}$

4. $i = \frac{\lambda b}{D}$ **5.** $i = \frac{\lambda D}{b}$ **6.** $i = \frac{\lambda D}{b^2}$

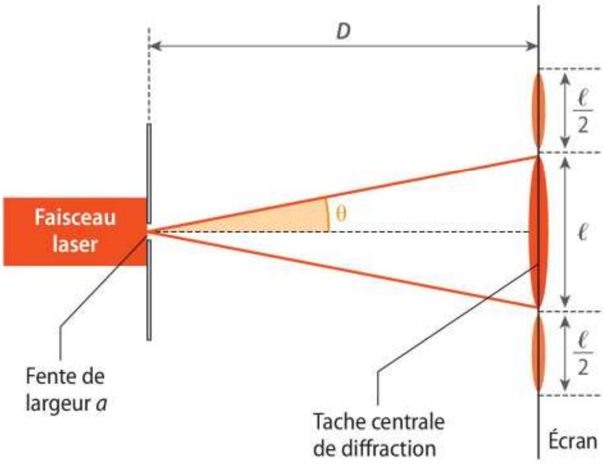
■ Laquelle est la bonne ? Justifier la réponse.

49 Diffraction et incertitudes

Utiliser un modèle • Effectuer un calcul

Un faisceau laser rouge de longueur d'onde $\lambda = 632{,}8$ nm traverse une fente de largeur a et forme, sur un écran situé à une distance $D = (5{,}00 \pm 0{,}02)$ m de la fente, une figure de diffraction.

Le dispositif est décrit ci-dessous.



a. Comment appelle-t-on l'angle θ ?

b. Donner la relation entre θ, λ et a en précisant les unités de chaque terme.

c. Établir la relation entre la largeur ℓ de la tache centrale de diffraction, θ et D, en admettant que θ est un « petit » angle (inférieur à 0,10 rad) et que $\tan\theta \approx \theta$.

d. Exprimer alors a en fonction de ℓ, λ et D.

e. On remplace la fente par un fil en acier de diamètre d inconnu. La figure de diffraction est analogue à celle donnée par une fente de largeur d.

On observe une tache centrale de diffraction dont la mesure de la largeur est $\ell = 5{,}4$ cm. L'incertitude sur la mesure vaut $u(\ell) = 1$ mm. L'incertitude sur d est :

$$u(d) = d\sqrt{\left(\frac{u(\ell)}{\ell}\right)^2 + \left(\frac{u(D)}{D}\right)^2}$$

Exprimer le diamètre d du fil sous la forme $d = \overline{d} \pm u(d)$.

Fiche 6 p. 602

49 a. L'angle θ est l'écart angulaire.

b. $\theta = \dfrac{\lambda}{a}$ avec a et λ en mètres et θ en radians.

c. $\tan\theta \approx \theta = \dfrac{\ell}{2D}$

d. $a = \dfrac{2\lambda D}{\ell}$

e. $d = \dfrac{2\lambda D}{\ell} = \dfrac{2 \times 632{,}8 \times 10^{-9} \times 5{,}00}{5{,}4 \times 10^{-2}} = 1{,}17 \times 10^{-4}$ m

$u(d) = 1{,}17 \times 10^{-4} \times \sqrt{\left(\frac{0{,}1}{5{,}4}\right)^2 + \left(\frac{0{,}02}{5{,}00}\right)^2} = 2 \times 10^{-6}$ m

donc $d = (1{,}17 \pm 0{,}02) \times 10^{-4}$ m.

59 Interférences sonores : étude théorique

Schématiser une situation • Effectuer un calcul

Deux haut-parleurs H_1 et H_2 sont placés face à face, à une distance $d = 120$ cm l'un de l'autre. Ils émettent le même son, de fréquence $f = 1\ 600$ Hz. Dans les conditions de l'expérience, $c_{son} = 336\ m{\cdot}s^{-1}$.

a. Déterminer la longueur d'onde λ du son émis.

b. Un microphone M est placé en un point du segment reliant les haut-parleurs, à la distance x de H_1.
Exprimer les distances H_1M et H_2M et la différence de marche $\delta = H_2M - H_1M$ en fonction de x et de d.

c. À quelle condition le son capté par le microphone a-t-il une amplitude minimale (interférences destructives) ? maximale (interférences constructives) ?

d. On prend $x = 39$ cm. L'amplitude du son reçu est-elle maximale, minimale ou quelconque ?
Mêmes questions pour $x = 86{,}25$ cm, pour $x = 63{,}5$ cm et pour $x = 107$ cm.

59 a. $\lambda = \frac{v}{f} = \frac{336}{1\,600} = 0{,}210$ m $= 21{,}0$ cm

b. On a $H_1M = x$ et $H_2M = d - x$
donc $\delta = d - x - x = d - 2x$.

c. Les interférences sont constructives si :
$\delta = k\lambda = 0{,}21k$ (avec k entier relatif).
Les interférences sont destructives si :
$\delta = \left(k + \frac{1}{2}\right)\lambda = 0{,}21\left(k + \frac{1}{2}\right)$ (avec k entier relatif).

d. • Pour $x = 39$ cm, on calcule $\delta = 0{,}42$ m $= 0{,}21k$ avec $k = 2$ qui est entier. On est dans le cas d'interférences constructives et le signal est donc à une amplitude maximale.

• Pour $x = 86{,}25$ cm, $\delta = -0{,}525$ m $= 0{,}21k$ avec $k = -2{,}5$ qui est demi-entier, il y a interférences destructives.

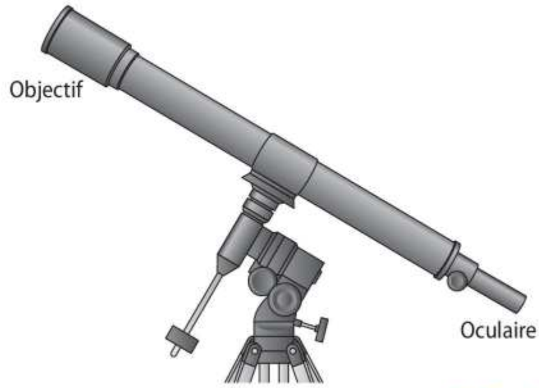
• Pour $x = 63{,}5$ cm, $\delta = -0{,}07$ m $= 0{,}21k$ avec $k = -0{,}33$ qui n'est ni entier ni demi-entier, il n'y a donc pas interférence constructive ni destructive.

• Pour $x = 107$ cm, $\delta = -0{,}94$ m $= 0{,}21k$ avec $k \approx -4{,}5$ qui est demi-entier, il y a interférences (presque) destructives.

64 Lunette astronomique

Utiliser un modèle • Effectuer un calcul

Une lunette astronomique est utilisée pour observer le ciel. Elle est constituée de deux lentilles situées aux extrémités d'un tube fermé : l'objectif, de grande distance focale, et l'oculaire.

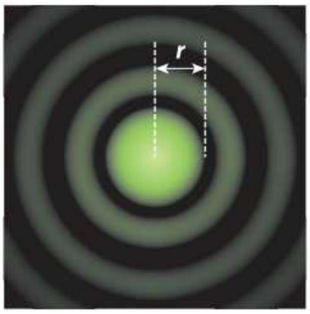


Chapitre 17

Une étoile, objet ponctuel à l'infini, devrait donner, à travers la lunette, un point image. Mais le caractère ondulatoire de la lumière a pour conséquence qu'on observe non pas un point mais une « tache d'Airy » en forme de disque, entourée de cercles plus pâles. Ceci gêne l'observation de l'étoile.

Le rayon de la tache d'Airy (disque central) vaut :

$$r = 1{,}22\frac{\lambda f}{D}$$



où D est le diamètre de l'objectif, f sa distance focale et λ la longueur d'onde de la radiation observée.

On travaille avec une longueur d'onde moyenne dans le vert $\lambda = 550$ nm.

a. La tache d'Airy est un exemple d'un phénomène ondulatoire. Lequel ?

b. La plus grande lunette encore en fonctionnement est celle de l'observatoire de Yerkes, dans le Wisconsin (États-Unis). Elle a un diamètre $D = 1{,}02$ m et possède une distance focale $f = 19{,}4$ m.

Calculer le rayon r de la tache d'Airy formée.

c. Pour doubler le grossissement de la lunette, il faut doubler la distance focale. Quel sera le nouveau rayon de la tache d'Airy ? Sans modifier le grossissement, quelle modification faut-il apporter à la lunette pour avoir une tache d'Airy identique à celle obtenue à la question **b** ? Est-ce facilement réalisable ?

d. Les deux étoiles les plus remarquables de la constellation d'Orion sont Bételgeuse, supergéante rouge, et Rigel, supergéante bleue.

Laquelle des deux a la tache d'Airy la plus petite ?

e. Lors de l'observation d'une étoile blanche, décrire les couleurs observées au centre et à la périphérie de la tache d'Airy.

Exercice 57 p. 481

64 a. C'est la diffraction.

b. $r = 1{,}22 \times \dfrac{550 \times 10^{-9} \times 19{,}4}{1{,}02} = 1{,}28 \times 10^{-5}$ m

c. $r' = 2 \times r = 2 \times 1{,}28 \times 10^{-5} = 2{,}56 \times 10^{-5}$ mm

Il faut doubler le diamètre de la lentille soit 2,04 m, ce qui n'est pas facilement réalisable.

d. Le rayon est une fonction croissante de la longueur d'onde, donc Bételgeuse donne une tache plus large que Rigel.

e. La tache d'Airy est blanche au centre. La plus petite étant la bleue et la plus grande la rouge, on aura d'abord la disparition de la couleur bleue, et la dernière couleur qui disparaîtra sera le rouge.

Le centre est donc blanc, cerclé de la couleur complémentaire du bleu, c'est-à-dire le jaune, et le bord extérieur est rouge.

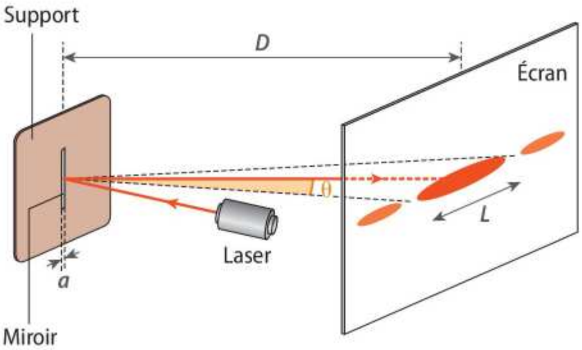
68 Étude d'un écran de smartphone

Lorsqu'il est allumé, un écran de téléphone portable est constitué de pixels (contraction de *picture elements*) en forme de petits carrés de luminosité et de couleurs différentes qui forment l'image affichée. Chaque pixel est composé lui-même d'un ensemble de trois luminophores de couleurs respectives rouge, vert et bleu.

1. Diffraction par un petit miroir

Lorsqu'un faisceau laser se réfléchit sur un très petit miroir rectangulaire, de grande hauteur et de largeur très petite, monté sur un support, on observe sur un écran une figure de diffraction analogue à celle observée lorsque ce faisceau laser traverse une fente dont les dimensions sont les mêmes que celles du miroir

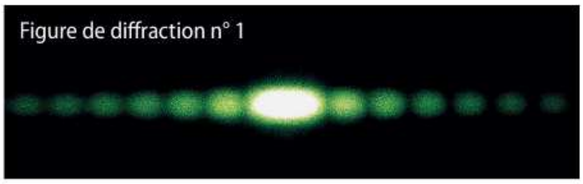
On note a la largeur du miroir, D la distance entre le miroir et l'écran et λ la longueur d'onde du laser utilisé. On note θ l'écart angulaire (exprimé en radians) entre le milieu de la tache centrale brillante et la première extinction.

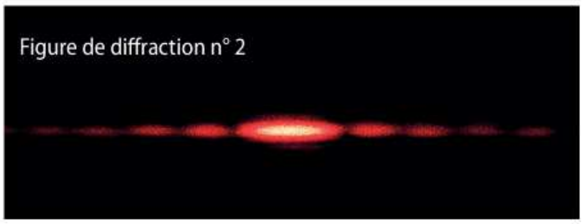


1.1. Donner, en le justifiant, un ordre de grandeur possible de la largeur a du miroir, si on utilise une lumière visible pour observer une figure de diffraction.

1.2. Rappeler la relation entre l'écart angulaire θ, la largeur du miroir a et la longueur d'onde λ.

1.3. Voici les deux figures de diffraction par réflexion obtenues sur un écran avec un laser vert (figure 1) puis avec un laser rouge (figure 2).

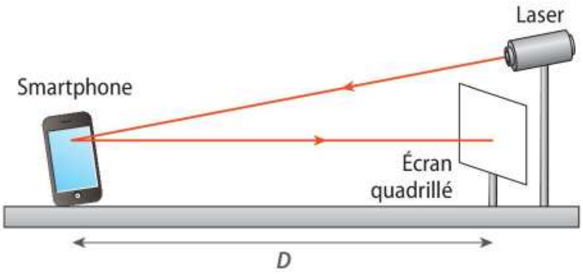




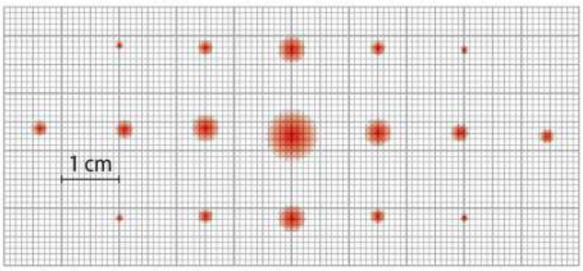
Sachant que le laser rouge utilisé a une longueur d'onde $\lambda_R = 632{,}8$ nm, déterminer celle λ_V du laser vert.

2. Détermination de la taille d'un pixel

On braque maintenant le laser rouge vers l'écran d'un smartphone. Les pixels sont assimilés à une juxtaposition de très petits miroirs carrés accolés, de côté b. Le dispositif expérimental est schématisé sur la figure suivante.



On observe la figure obtenue sur un écran quadrillé.



Cette figure est assimilable à une figure d'interférences à deux dimensions : l'interfrange i, distance entre deux points lumineux consécutifs sur l'axe horizontal ou sur l'axe vertical, est lié à la distance b entre les centres de deux miroirs sur l'un ou l'autre de ces axes et à la longueur d'onde λ : $i = \dfrac{\lambda D}{b}$

Données

- Distance entre l'écran du smartphone et l'écran quadrillé : $D = (1{,}74 \pm 0{,}03)$ m
- Longueur d'onde du laser : $\lambda = 632{,}8$ nm

2.1. Déterminer le plus précisément possible la distance i entre deux points lumineux consécutifs.

2.2. En déduire la valeur du côté b d'un pixel carré.

2.3. Un écran de smartphone a une largeur de 6 cm et une hauteur de 11 cm.
Estimer le nombre de pixels qu'il comporte.

Adapté du sujet de Bac Antilles-Guyane, septembre 2018.

DES CLÉS POUR RÉUSSIR

1.2. La relation est celle donnée dans le cours pour l'angle caractéristique de diffraction.

Cours 2 p. 467

1.3. Les figures permettent de comparer les largeurs des taches centrales. En combinant les expressions de chacune d'elles en fonction des longueurs d'onde, on peut déduire λ_V de λ_R.

2.1. Pour augmenter la précision de la mesure, il vaut mieux mesurer plusieurs interfranges.

68 1.1. La lumière visible a une longueur d'onde comprise entre 400 et 800 nm soit un ordre de grandeur de 10^{-6} m. Le miroir, pour avoir un pouvoir diffractant, doit avoir une dimension comparable à la longueur d'onde, soit 10^{-6} m.

1.2. $\theta = \frac{\lambda}{a}$ avec θ en radians, λ et *a* en mètres.

1.3. L'écart angulaire est proportionnel à la longueur d'onde. La largeur de la tache centrale est proportionnelle à l'écart angulaire. Sur l'image, pour le vert, $L = 1,5$ cm et pour le rouge, $L = 1,8$ cm

d'où $\lambda_{vert} = \frac{1,5 \times 632,8}{1,8} = 5,3 \times 10^2$ nm.

2.1. Sur l'écran $6i = 9$ cm d'où $i = \frac{9}{6} = 1,5$ cm.

2.2. $b = \frac{\lambda D}{i} = \frac{632,8 \times 10^{-9} \times 1,74}{1,5 \times 10^{-2}} = 7,34 \times 10^{-5}$ m

$b = 73,4$ µm ce qui est proche de 75 µm.

2.3. $N = \frac{6 \times 10^{-2} \times 11 \times 10^{-2}}{(75 \times 10^{-6})^2} = 1,2$ millions