

Thème 2 : Mouvement et interactions

Partie 2. Relier les forces appliquées à un système à son mouvement

CHAP 12- EXOS Lois de Newton-CORRIGE

EXOS en autonomie : QCM p. 327/ER p. 328 à 331/EC n°29*- 34*- 36* et 47*
EXERCICES p. 331 et suiv. : n° 27-32-33-35-39-45-48-50-53-58 et 59

26 Vol d'un drone

Les drones de loisirs à quatre hélices sont des véhicules aériens de faible dimension. Ils sont vendus au grand public comme un jeu pour l'intérieur ou l'extérieur.

Dans cet exercice, on étudie un drone, de masse $m = 110$ g, dans le référentiel terrestre supposé galiléen.

On suppose que les seules forces qui s'appliquent sur le drone sont son poids P et une force de poussée F verticale, réglable par l'utilisateur. À l'instant initial, le drone est positionné à l'origine du repère (doc. 1).

Donnée Norme du champ de pesanteur terrestre : $g = 9,81$ N·kg⁻¹



Drone en phase de décollage.

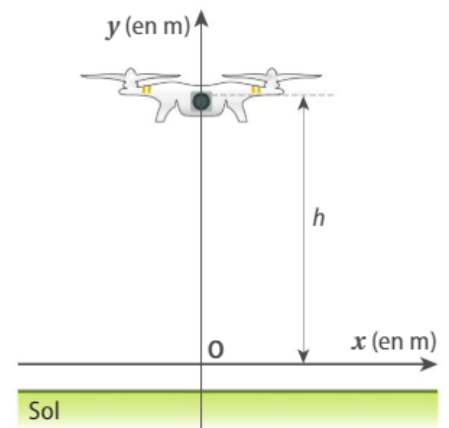
27 Attention, chute de drone

Données On utilisera les données de l'exercice précédent.

Un oiseau percute le drone en plein vol, situé alors à une hauteur $h = 40$ m. L'impact casse deux hélices. La norme de la force de poussée maximale est désormais $F = 0,80$ N. Elle est insuffisante pour maintenir le drone en vol : son altitude baisse progressivement.

On étudie le drone en chute à partir de l'impact, considéré comme l'instant initial à $t = 0$ s. La vitesse initiale du drone est considérée comme nulle.

- À l'aide de la deuxième loi de Newton, déterminer les équations horaires de la vitesse du drone et de sa position le long de l'axe (Oy) .
- Au bout de combien de temps le drone touche-t-il le sol ?
- Quelle est la vitesse atteinte au moment de l'impact ?



27 a. Le système {drone} est soumis à :

- son poids \vec{P} , vertical et orienté vers le bas de norme $P = mg$;

- la force de poussée \vec{F} , verticale et orientée vers le haut de norme $F = 0,80$ N.

On applique la deuxième loi de Newton au système {drone} dans le référentiel terrestre supposé galiléen :

$$\vec{P} + \vec{F} = m\vec{a}$$

En projection sur l'axe (Oy) , cela donne $-P + F = ma_y$.

$$\text{On en déduit } a_y = \frac{F-P}{m} = \frac{F-mg}{m} = \frac{F}{m} - g$$

Par intégration par rapport au temps, on obtient :

$$v_y(t) = \left(\frac{F}{m} - g\right)t + A \quad \text{où } A \text{ est une constante.}$$

D'après les conditions initiales, $v_y(0) = 0$ m·s⁻¹ donc $A = 0$ m·s⁻¹.

$$\text{L'expression de } v_y \text{ est alors } v_y(t) = \left(\frac{F}{m} - g\right)t.$$

On intègre de nouveau par rapport au temps, et on

$$\text{obtient } y(t) = \frac{1}{2}\left(\frac{F}{m} - g\right)t^2 + B \quad \text{où } B \text{ est une constante.}$$

D'après les conditions initiales, $y(0) = h$.

On en déduit $B = h$ et donc l'expression de y devient :

$$y(t) = \frac{1}{2}\left(\frac{F}{m} - g\right)t^2 + h$$

b. Soit τ la durée au bout de laquelle le drone touche

le sol. On peut écrire : $y(\tau) = \frac{1}{2}\left(\frac{F}{m} - g\right)\tau^2 + h = 0$

$$\text{soit : } \frac{1}{2}\left(g - \frac{F}{m}\right)\tau^2 = h \quad \text{puis } \tau^2 = \frac{2h}{g - \frac{F}{m}}$$

$$\text{On en conclut : } \tau = \sqrt{\frac{2h}{g - \frac{F}{m}}} = 5,6 \text{ s}$$

c. Sachant que $v_y(t) = \left(\frac{F}{m} - g\right)t$, la vitesse du drone à l'instant où le drone touche le sol est :

$$v_y(\tau) = \left(\frac{F}{m} - g\right)\tau = -14 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$$

Le signe négatif signifie que la vitesse est orientée dans le sens opposé à l'axe (Oy) .

Sa norme vaut 14 m·s⁻¹.

32 Une trousse de masse $m = 300 \text{ g}$ est immobile sur une table horizontale.

- Justifier que la table peut être considérée comme un référentiel galiléen.
- Faire le bilan des forces s'exerçant sur la trousse et les représenter sur un schéma.
- D'après le mouvement de la trousse, quelle loi de Newton peut s'appliquer ici ?
- En déduire la norme de chacune des forces.

32 a. La table est immobile par rapport au référentiel terrestre qui est galiléen. La table peut donc, elle aussi, être considérée comme un référentiel galiléen.

b. La trousse est soumise à son poids \vec{P} , dirigé selon l'axe vertical et orienté vers le bas, et la réaction normale de la table \vec{R} , dirigée selon l'axe vertical et orientée vers le haut.

c. La trousse est immobile donc on peut appliquer la première loi de Newton.

d. On en déduit : $\vec{P} + \vec{R} = \vec{0}$
soit, en projection verticale : $R - P = 0$
d'où $P = R = mg = 0,300 \times 9,81 = 2,94 \text{ N}$.



33 Une pierre de curling de masse $m = 18,0 \text{ kg}$ est lancée sur la glace.

Les frottements exercés par la glace et l'action de l'air sont négligeables.

a. Faire le bilan des forces s'appliquant sur le solide une fois lancé.

Les schématiser sans souci d'échelle.

b. En utilisant une des lois de Newton, calculer la norme de chacune de ces forces.

c. Quelle est la nature du mouvement de la pierre ?



33 a. La pierre de curling est soumise à son poids \vec{P} , dirigé selon l'axe vertical et orienté vers le bas, et la réaction normale du sol \vec{R} , dirigée selon l'axe vertical et orientée vers le haut.

b. Les deux forces s'exerçant sur la pierre sont dirigées selon l'axe vertical. Comme la pierre ne s'élève pas ou ne s'enfonce pas dans le sol, on en déduit que la somme vectorielle de ces deux forces est nulle, d'après la première loi de Newton. On a donc $\vec{P} + \vec{R} = \vec{0}$ soit, en projection verticale $R - P = 0$ d'où $P = R = mg = 177 \text{ N}$.

c. La somme vectorielle des forces est nulle. Comme la pierre a été lancée, elle possède une vitesse initiale non nulle, d'après le principe d'inertie, elle est donc animé d'un mouvement rectiligne et uniforme.

35 Un satellite terrestre de masse $m_s = 200 \times 10^3 \text{ kg}$ est en orbite autour de la Terre à une altitude $h = 250 \text{ km}$.

Données

• Rayon terrestre :

$$R_T = 6\,378 \text{ km}$$

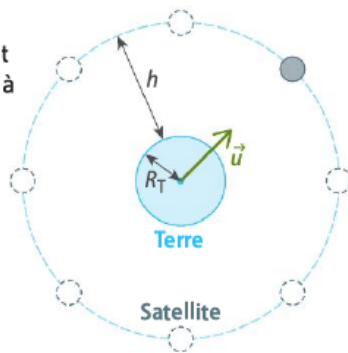
• Masse de la Terre :

$$m_T = 5,97 \times 10^{24} \text{ kg}$$

a. Décrire le mouvement du satellite dans le référentiel géocentrique.

b. Faire le bilan des forces exercées sur le satellite en précisant leur direction, leur sens et leur norme.

c. En déduire la norme, le sens et la direction de l'accélération du satellite.



35 a. On se place dans le référentiel géocentrique supposé galiléen. Le satellite est animé d'un mouvement circulaire et uniforme.

b. Le satellite n'est soumis qu'à une seule force, la force d'interaction gravitationnelle exercée par la Terre $\vec{F}_{T/S}$ avec :

$$F_{T/S} = G \frac{m_T m_S}{(R_T + h)^2} = 6,67 \times 10^{-11} \times \frac{5,97 \times 10^{24} \times 200 \times 10^3}{(6\,378 \times 10^3 + 250 \times 10^3)^2}$$

$$F_{T/S} = 1,81 \times 10^6 \text{ N}$$

Cette force est dirigée selon l'axe Terre-satellite et orienté du satellite vers la Terre donc selon $-\vec{u}$.

On peut écrire $\vec{F}_{T/S} = -F_{T/S} \vec{u}$.

c. D'après la deuxième loi de Newton appliquée au satellite, on peut écrire $\vec{F}_{T/S} = m\vec{a}$, où \vec{a} est le vecteur accélération du centre de masse du satellite.

La norme du vecteur accélération vaut alors :

$$a = \frac{F_{T/S}}{m} = \frac{1,81 \times 10^6}{200 \times 10^3} = 9,06 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$$

Le vecteur accélération est dirigée selon $-\vec{u}$.

39 Exercer son esprit critique

Schématiser une situation • Effectuer un calcul

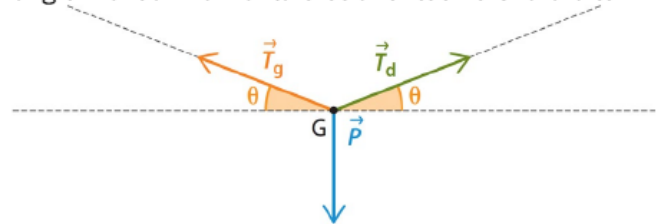
Un chat dort dans un hamac. L'ensemble est modélisé par un point G de masse $m = 4,8$ kg. Le hamac est fixé par des cordes formant un angle $\theta = 8,0^\circ$ avec l'horizontale.



- Faire le bilan des forces s'exerçant sur le point G.
- En utilisant, la première loi de Newton, exprimer la norme T des tensions des cordes. Les calculer.
- Vers quelle valeur tend T quand θ tend vers 0 ? Cela était-il prévisible ?

39 a. Le système est soumis :

- à son poids \vec{P} , dirigé selon l'axe vertical et orienté vers le bas, de norme $P = mg = 4,8 \times 9,81 = 47$ N ;
- à la force de tension de la corde de gauche \vec{T}_g , dirigée selon l'axe de la corde de gauche formant un angle θ avec l'horizontale et orientée vers la gauche ;
- à la force de tension de la corde de droite \vec{T}_d , dirigée selon l'axe de la corde de droite formant un angle θ avec l'horizontale et orientée vers la droite.



b. Le système est immobile, donc d'après la première loi de Newton, on peut écrire $\vec{T}_g + \vec{T}_d + \vec{P} = \vec{0}$.

On projette selon l'axe horizontal : $T_d \cos \theta - T_g \cos \theta = 0$
On peut en déduire que la force de tension de la corde est la même : $T_d = T_g = T$

On projette selon l'axe vertical : $T \sin \theta + T \sin \theta - P = 0$
donc $T = \frac{P}{2 \sin \theta} = \frac{mg}{2 \sin \theta} = \frac{4,8 \times 9,81}{2 \sin(8,0^\circ)} = 1,7 \times 10^2$ N.

c. Quand θ tend vers 0, la force T tend vers l'infini.

48 Au ski

Utiliser un modèle • Effectuer un calcul

Un skieur de masse $m = 80$ kg dévale une piste formant un angle $\alpha = 15^\circ$ avec l'horizontale. Ayant une vitesse $v_0 = 9,0$ m·s⁻¹,



le skieur effectue un chasse-neige pour s'arrêter. Il est à l'arrêt complet au bout de $\Delta t = 3,0$ s.

- Au cours de la manœuvre en chasse-neige, le vecteur accélération est supposé constant. Déterminer sa direction, son sens et sa norme.
- À l'aide de la deuxième loi de Newton, déterminer la norme de la force de frottement.

48 a. Par définition, une accélération est une variation de vitesse en une durée donnée.

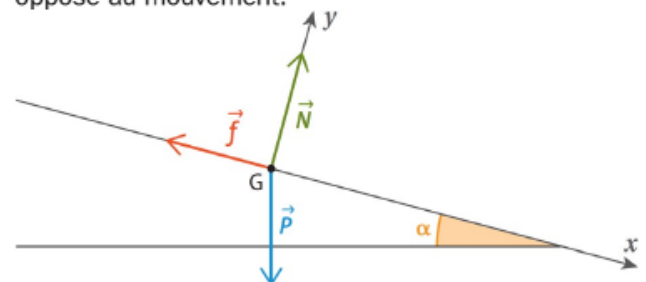
$$\text{Ici, } a = \frac{v_f - v_0}{\Delta t} = \frac{-v_0}{\Delta t} = \frac{-9,0}{3,0} = -3,0 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}.$$

Le vecteur accélération est dirigé selon l'axe de la pente, orienté vers le haut de la pente, dans le sens opposé à (Ox) et a pour norme $3,0$ m·s⁻².

On a donc $a_x = -3,0$ m·s⁻² et $a_y = 0$ m·s⁻².

b. Le skieur est soumis :

- à son poids \vec{P} , dirigé selon l'axe vertical et orienté vers le bas, de norme $P = mg = 785$ N ;
- à la réaction normale du sol \vec{N} , dirigée selon (Oy) et orientée vers le haut ;
- à la force de frottement \vec{f} , dirigée selon (Ox) et orientée vers le haut de la pente, dans le sens opposé au mouvement.



On utilise la deuxième loi de Newton dans le référentiel terrestre supposé galiléen, sur le système {skieur} :

$$\vec{P} + \vec{f} + \vec{N} = m\vec{a}$$

On projette selon l'axe (Ox) : $-f + P \sin \alpha = m a_x$

On en déduit :

$$f = mg \sin \alpha - m a_x = 80 \times 9,81 \times \sin(15^\circ) + 80 \times 3,0$$

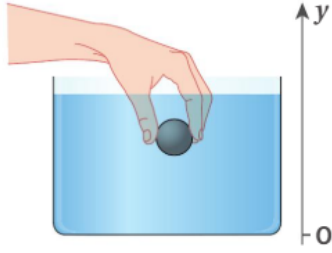
$$f = 4,4 \times 10^2 \text{ N}$$

45 Une bille dans l'eau

Exploiter un énoncé • Effectuer un calcul

On dispose d'une bille d'acier de masse $m = 1,1 \times 10^2$ g et d'une bille de liège de masse $m' = 2,8$ g. On immerge à tour de rôle les billes dans l'eau, puis on les lâche.

Les deux billes ayant le même volume, l'eau exerce la même poussée verticale vers le haut sur chaque bille, de norme $F_A = 0,14$ N.



1. a. Calculer le poids de la bille d'acier.

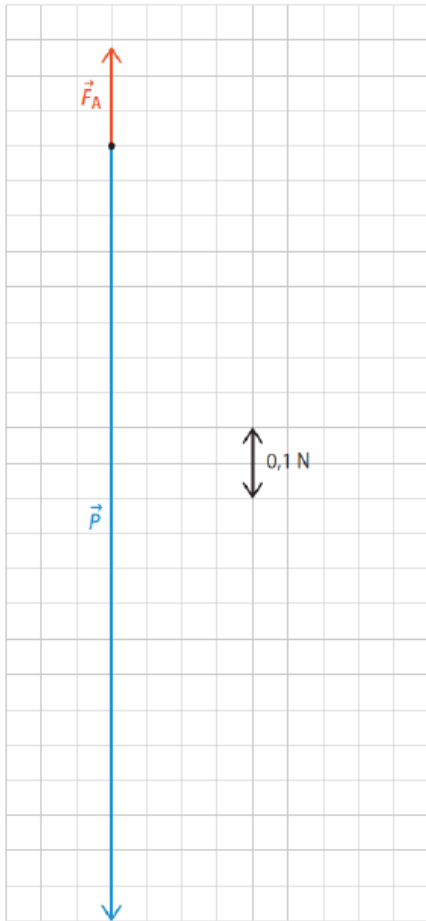
b. Caractériser les forces qui s'exercent sur la bille d'acier juste après qu'on l'a lâchée et les représenter sur un schéma à l'échelle 1 cm pour 0,1 N.

c. En utilisant la deuxième loi de Newton, calculer l'accélération de la bille juste après qu'on l'a lâchée. La bille coule-t-elle ?

2. Reprendre ces questions pour la bille de liège avec une échelle de 1 cm pour 0,02 N.

3. Calculer la masse que devrait avoir une bille subissant la même poussée pour être immobile une fois immergée.

1. b.



45 1. a. Le poids de la bille d'acier vaut :

$$P = mg = 1,1 \times 10^{-1} \times 9,81 = 1,1 \text{ N}$$

b. Au moment où on lâche la bille, elle est soumise :

- à son poids \vec{P} , dirigé selon l'axe vertical et orienté vers le bas, de norme $P = 1,1$ N ;

- à la somme des forces pressantes \vec{F}_A , dirigée selon l'axe vertical et orientée vers le haut, de norme $F_A = 0,14$ N ;

- à cet instant, il n'y a pas de forces de frottement.

Voir schéma en page suivante.

c. D'après la deuxième loi de Newton, on peut écrire,

$$\vec{P} + \vec{F}_A = m\vec{a}$$

On projette selon l'axe (Oy) :

$$-P + F_A = ma$$

$$\text{d'où } a = \frac{-P + F_A}{m} = \frac{-1,1 + 0,14}{1,1 \times 10^{-1}} = -8,5 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}.$$

L'accélération est non nulle et négative. Elle est donc dirigée vers le bas et la bille coule.

2. a. Le poids de la bille de liège vaut :

$$P' = m'g = 2,8 \times 10^{-3} \times 9,81 = 2,7 \times 10^{-2} \text{ N}$$

b. Après avoir lâché la bille, elle est soumise :

- à son poids \vec{P} , dirigé selon l'axe vertical et orienté vers le bas, de norme $P = 2,7 \times 10^{-2}$ N ;

- à la somme des forces pressantes \vec{F}_A , dirigée selon l'axe vertical et orientée vers le haut, de norme $F_A = 0,14$ N ;

- à cet instant, il n'y a pas de forces de frottement.

Voir schéma en page suivante.

c. D'après la deuxième loi de Newton, on peut écrire,

$$\vec{P} + \vec{F}_A = m\vec{a}$$

au moment où on lâche la bille :

$$-P + F_A = ma$$

$$\text{d'où } a = \frac{-P + F_A}{m} = \frac{-0,027 + 0,14}{2,8 \times 10^{-3}} = 40 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}.$$

L'accélération est non nulle et positive. Elle est donc dirigée vers le haut et la bille remonte.

3. Pour que la bille reste immobile, il faudrait une accélération nulle.

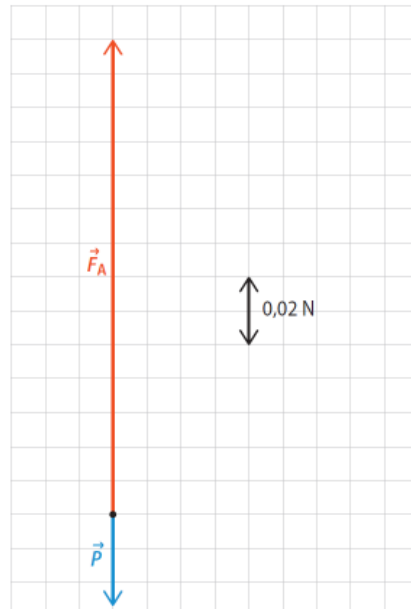
D'après la première loi de Newton :

$$\vec{P} + \vec{F}_A = \vec{0} \text{ soit } -P + F_A = 0$$

$$\text{donc } P = mg = F_A = 0,14 \text{ N.}$$

$$\text{On en déduit : } m = \frac{F_A}{g} = \frac{0,14}{9,81} = 1,4 \times 10^{-2} \text{ kg} = 14 \text{ g.}$$

2. b.



50 Ascension d'un super héros

Exploiter un énoncé • Effectuer un calcul

BAC

Le héros de bande dessinée Rocketeer utilise un réacteur dorsal pour voler. L'éjection de gaz exerce sur le héros une force verticale et orientée vers le haut, appelée force de poussée. On étudie le système {Rocketeer + équipement} de masse $m = 120 \text{ kg}$ dont on néglige la variation de masse (due à l'éjection des gaz). Initialement immobile, le système connaît une ascension durant $\Delta t = 3,0 \text{ s}$.



Les réacteurs dorsaux sont aujourd'hui disponibles, même si on n'est pas un super héros.

- Déterminer la valeur minimale de la force de poussée assurant le décollage du super héros.
- On suppose la force de poussée de norme $1,66 \times 10^3 \text{ N}$. Déterminer la norme de l'accélération du système.
- En déduire les équations horaires de la vitesse et de la position sur un axe vertical ascendant.
- En déduire l'altitude y_1 et la vitesse v_1 atteintes à la fin de l'ascension.

Adapté du sujet de Bac Amérique du Nord, 2015.

50 a. Le système est soumis :

- à son poids \vec{P} , dirigé selon l'axe vertical et orienté vers le bas, de norme :

$$P = mg = 120 \times 9,81 = 1,18 \times 10^3 \text{ N} ;$$

- à la force de poussée \vec{F} , dirigée selon l'axe vertical et orientée vers le haut.

On applique la deuxième loi de Newton : $\vec{P} + \vec{F} = m\vec{a}$
Pour que le système décolle, il faut que l'accélération soit positive le long de l'axe vertical ascendant. Il faut donc $a_y > 0$ ce qui implique $P_y + F_y > 0$. En projection le long de l'axe vertical, cette expression donne $F > P$ soit $F > 1,18 \times 10^3 \text{ N}$. La norme de la force de poussée doit donc être supérieure à $1,18 \times 10^3 \text{ N}$.

b. D'après la deuxième loi de Newton, on peut écrire $\vec{P} + \vec{F} = m\vec{a}$. On projette cette équation le long de l'axe vertical : $-P + F = ma$

On en déduit :

$$a = \frac{F - P}{m} = \frac{1,66 \times 10^3 - 1,18 \times 10^3}{120} = 4,00 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$$

c. $a_y = \frac{dv_y}{dt} = a$ donc par intégration :

$$v_y(t) = at + A \quad \text{où } A \text{ est une constante.}$$

D'après les conditions initiales, $v_y(t = 0) = A = 0$
donc $v_y(t) = at$.

De même, $v_y = \frac{dy}{dt}$ donc par intégration :

$$y(t) = \frac{a}{2}t^2 + B \quad \text{où } B \text{ est une constante.}$$

D'après les conditions initiales, $y(t = 0) = B = 0$

$$\text{donc } y(t) = \frac{a}{2}t^2.$$

d. L'ascension est terminée au bout d'un temps $t_1 = 3,0 \text{ s}$. À cet instant, l'altitude atteinte vaut

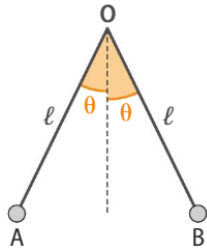
$$y_1(t_1) = \frac{a}{2}t_1^2 = \frac{4,00}{2} \times 3,0^2 = 18 \text{ m} \text{ et la vitesse vaut}$$

$$v_y(t_1) = v_1 = at_1 = 12 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}.$$

53 On s'écarte

Utiliser un modèle - Effectuer un calcul

Deux billes métalliques A et B identiques de masse m sont chacune reliées à un fil isolant de longueur ℓ fixé à son autre extrémité en un point O. Un dispositif permet de communiquer à chacune une même charge électrique q . Les deux billes se repoussent alors l'une l'autre et atteignent un équilibre où les fils font un angle θ avec la verticale. Toute action de l'air sera négligée.



- Faire le bilan des forces subies par la bille A. Représenter ces forces sur un schéma.
- En utilisant une loi de Newton à préciser, établir le lien entre q et les paramètres du problème.
- Calculer $|q|$ si $\ell = 10$ cm, $m = 1,0$ g et $\theta = 20^\circ$.

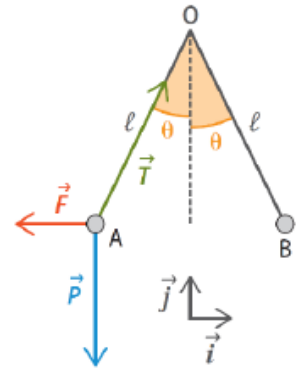
53 a. La bille A subit :

- son poids $\vec{P} = m\vec{g}$;
- la tension du fil \vec{T} ;
- la force électrique

$$\vec{F} = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q^2}{AB^2} \vec{j}$$

avec $AB = 2\ell\sin\theta$.

- D'après la première loi de Newton, comme le système est au repos dans le référentiel terrestre supposé galiléen, $\vec{P} + \vec{T} + \vec{F} = \vec{0}$.



En projection sur \vec{i} , cela donne :

$$-\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q^2}{4\ell^2 \sin^2\theta} + T\sin\theta = 0 \quad \text{d'où } T = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q^2}{4\ell^2 \sin^3\theta}$$

En projection sur \vec{j} , on a :

$$-mg + T\cos\theta = 0, \quad \text{d'où } T = \frac{mg}{\cos\theta}$$

$$\text{Cela donne : } \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q^2}{4\ell^2 \sin^3\theta} = \frac{mg}{\cos\theta}$$

$$\text{d'où } q = \pm \sqrt{\frac{4mg\ell^2 \sin^3\theta}{\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cos\theta}}$$

- On calcule $|q| = 4,3 \times 10^{-8}$ C.

58 Voltige

Exploiter un énoncé - Utiliser un modèle

Un numéro de voltige à moto consiste à faire des tours dans une sphère.

On considère un motard et sa moto, modélisés par un point en mouvement circulaire et uniforme dans un plan vertical. On négligera toute autre force que le poids et la réaction normale de la sphère.



- À l'aide d'un schéma, donner l'expression de l'accélération du système dans le repère de Frenet.
- Déterminer la vitesse minimale à laquelle le motard doit rouler pour ne pas décoller de la sphère.
- Estimer le rayon de la trajectoire sur la photo ci-dessus et en déduire la vitesse minimale, en $\text{km}\cdot\text{h}^{-1}$.

58 a. L'accélération du

$$\text{système est : } \vec{a} = \frac{v^2}{R} \vec{u}_n$$

où R est le rayon de la trajectoire et v la norme de la vitesse de la moto.

- Le système subit son poids $\vec{P} = m\vec{g}$ et la réaction normale du support \vec{N} .

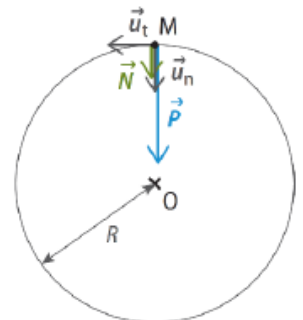
La deuxième loi de Newton

dans le référentiel terrestre s'écrit $m\vec{a} = \vec{P} + \vec{N}$, d'où $\vec{N} = m\vec{a} - \vec{P} = m(\vec{a} - \vec{g})$. En projection sur \vec{u}_n , cela

$$\text{donne : } N = m(a - g) = m\left(\frac{v^2}{R} - g\right)$$

Le contact existe tant que $N > 0$, c'est-à-dire tant que $\frac{v^2}{R} > g$. La vitesse minimale à laquelle doit rouler le motard est donc $v_{\min} = \sqrt{Rg}$.

- Le rayon de la trajectoire semble voisin de $R = 2$ m. On calcule donc $v_{\min} = 4 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$, voisine de $16 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$.



58 Chute dans un fluide visqueux

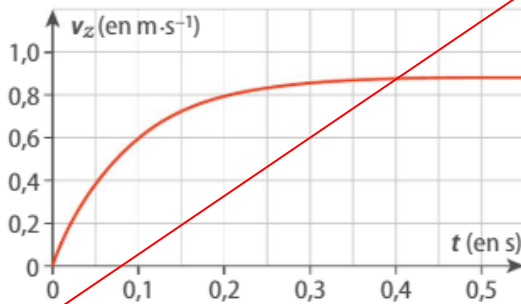
Effectuer un calcul • Exploiter un graphique

Une bille de masse $m = 2,0 \text{ g}$ est en chute verticale dans un fluide visqueux. On modélisera l'action du fluide sur la bille par une force de frottement $\vec{f} = -k\vec{v}$, où \vec{v} est la vitesse de la bille dans le référentiel du fluide et k une constante. La bille est lâchée sans vitesse initiale à l'instant $t = 0 \text{ s}$.

1. a. Déterminer l'équation différentielle vérifiée par la vitesse \vec{v} de la bille. La mettre sous la forme $\frac{d\vec{v}}{dt} = -\frac{1}{\tau}(\vec{v} - \vec{v}_\ell)$ en précisant les expressions de τ et \vec{v}_ℓ .

b. En déduire que $\vec{v} = \vec{v}_\ell(1 - e^{-t/\tau})$.

2. L'enregistrement du mouvement de la bille donne la courbe suivante pour la coordonnée v_z de la bille sur un axe (Oz) vertical orienté vers le bas.



a. Déterminer graphiquement τ et v_ℓ .

b. En déduire la valeur du coefficient k et son unité.

59 1. a. On étudie la bille ramenée à son centre de masse G dans le référentiel terrestre supposé galiléen. Elle subit son poids $\vec{P} = m\vec{g}$ et la force de frottement \vec{f} .

La deuxième loi de Newton s'écrit donc :

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{P} + \vec{f} \quad \text{soit} \quad \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{g} - \frac{k}{m} \vec{v}.$$

On peut écrire aussi ceci : $\frac{d\vec{v}}{dt} = -\frac{k}{m} \left(\vec{v} - \frac{m}{k} \vec{g} \right)$,

qui est bien de la forme proposée avec $\tau = \frac{m}{k}$ et $\vec{v}_\ell = \frac{m}{k} \vec{g}$.

τ est en secondes puisque $\frac{1}{\tau} \vec{v}$ est homogène à une accélération. Et v_ℓ est en mètres par seconde puisque c'est homogène à une vitesse.

b. D'après les expressions du cours, on en déduit $\vec{v} = \vec{v}_\ell + \vec{A}e^{-t/\tau}$.

À $t = 0 \text{ s}$, $\vec{v} = \vec{0}$, d'où $\vec{A} = -\vec{v}_\ell$ puis $\vec{v} = \vec{v}_\ell(1 - e^{-t/\tau})$.



2. a. On détermine graphiquement τ comme l'abscisse de l'intersection de la tangente à l'origine avec l'asymptote horizontale : $\tau = 0,09 \text{ s}$

On détermine v_ℓ comme l'ordonnée de l'asymptote horizontale : $v_\ell = 0,9 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$

b. On en déduit $k = \frac{m}{\tau} = 2 \times 10^{-2} \text{ kg}\cdot\text{s}^{-1}$.