Thème 2 : Mouvement et interactions

Partie 1. Décrire un mouvement-CORRIGE

CHAP 11-EXOS Décrire un mouvement-Vecteurs vitesse et accélération

EXOS en autonomie : QCM p. 299/ER p. 300 à 303/EC n°26*et 36*

EXERCICES p. 303 et suiv. : n° 21-23-25-28-30-35-37-39+type BAC n° 45

21 Un vélo modélisé par un point M entame l'ascension d'une bosse.

À partir de la chronophotographie disponible à l'adresse hatier-clic.fr/pct303 :

a. tracer les vecteurs vitesse aux points M_3, M_5 et M_{11} ;

b. tracer au point M_4 la variation du vecteur vitesse ;

c. tracer le vecteur accélération, noté $\vec{a}_4$, en ce point M_4 ;

d. caractériser le mouvement du vélo.

Échelles

- Vitesses : 1 cm sur le dessin correspond à 2 m·s⁻¹.
- Accélérations : 1 cm sur le dessin correspond à $2{,}5 \times 10^{-1}$ m·s⁻².

Doc. imprimable
Chronophotographie du vélo
hatier-clic.fr/pct303

21 a. Tracé du vecteur vitesse au point M_3 : $v_3 = \dfrac{M_2M_4}{2\Delta t}$

$M_2M_4 = 5{,}0$ m (sur la figure, 2,5 cm).

$v_3 = \dfrac{5{,}0}{2 \times 0{,}500} = 5{,}0 \text{ m·s}^{-1}$

Sur le schéma, le vecteur vitesse $\vec{v}_3$ a une longueur de 2,5 cm.

On fait de même pour v_5 et v_{11} :

$M_4M_6 = 5{,}0$ m implique

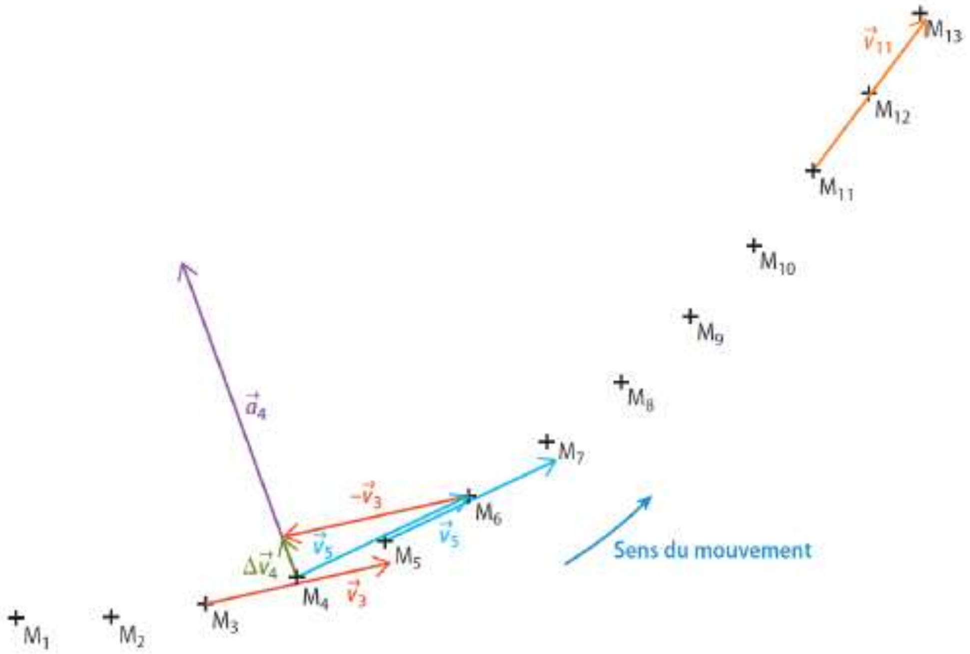
$v_5 = \dfrac{M_4M_6}{2\Delta t} = 5{,}0 \text{ m·s}^{-1}$.

Sur le schéma, le vecteur vitesse est tangent à la trajectoire, a le sens du mouvement et sa longueur, compte tenu de l'échelle, est de 2,5 cm.

$M_{10}M_{12} = 5{,}0$ m implique

$v_{11} = \dfrac{M_{10}M_{12}}{2\Delta t} = 5{,}0 \text{ m·s}^{-1}$.

Sur le schéma $\vec{v}_5$ et $\vec{v}_{11}$ ont tous deux une longueur de 2,5 cm.



b. Voir la figure ci-contre.

Le vecteur correspondant à la variation du vecteur vitesse est représenté par une flèche de longueur 0,55 cm : $\Delta v_4 = 1{,}1 \text{ m·s}^{-1}$

c. La norme du vecteur accélération est : $a_4 = \dfrac{\Delta v_4}{2\Delta t} = \dfrac{1{,}1}{2 \times 0{,}500} = 1{,}1 \text{ m·s}^{-2}$

Voir la figure ci-dessus.

Sur le schéma, le vecteur accélération $\vec{a}_3$ a le même sens et la même direction que $\Delta\vec{v}_4$.

Sa longueur, compte tenu de l'échelle, est de 4,4 cm.

d. Le mouvement est uniforme.

23 Voici les équations horaires de la position d'un point (x et y sont en mètres, t en secondes) :

$$x(t) = 1{,}50t^2 + 8{,}33 \quad \text{et} \quad y(t) = 2{,}50t^3 - 5{,}72t$$

a. Indiquer les unités des paramètres numériques intervenant dans ces équations horaires.

b. Déterminer les coordonnées de la position du point à l'instant initial ($t = 0$ s).

c. Exprimer les coordonnées de la vitesse $\vec{v}(t)$.

d. Exprimer les coordonnées de l'accélération $\vec{a}(t)$.

Dérivée d'une fonction du temps p. 16

23 a. $x(t)$ et $y(t)$ sont en mètres. Ainsi :
- 1,50 est en mètres par secondes carré ($m \cdot s^{-2}$).
- 8,33 est en mètres (m).
- 2,50 est en mètres par secondes au cube ($m \cdot s^{-3}$).
- 5,72 est en mètres par secondes ($m \cdot s^{-1}$).

b. À $t = 0$ s, $x(t = 0) = 8{,}33$ m et $y(t = 0) = 0$ m.

c. $v_x(t) = 3{,}0t$ $\quad v_y(t) = 7{,}50t^2 - 5{,}72$

d. $a_x(t) = 3{,}0$ $\quad a_y(t) = 15{,}0t$

25 **Tout faux** À l'oral

Chacune des propositions ci-dessous est fausse. Expliquer pourquoi.

a. Un mouvement rectiligne est toujours uniforme.

b. Un mouvement uniforme a une accélération nulle.

c. Un mouvement accéléré l'est toujours uniformément.

d. Un point qui ralentit n'a pas un mouvement accéléré.

e. Un point en mouvement circulaire peut avoir une accélération nulle.

f. Dans le repère de Frenet, l'accélération est toujours dirigée selon $\vec{u}_n$.

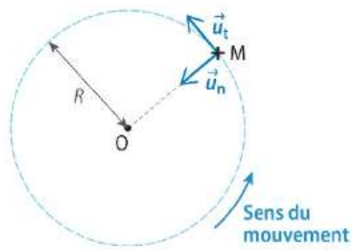
25 a. Un mouvement rectiligne désigne la trajectoire (droite) d'un mouvement. Un mouvement uniforme désigne la norme de la vitesse (constante). Les deux termes sont donc indépendants l'un de l'autre. L'un n'implique donc pas l'autre.
b. L'accélération est nulle uniquement pour les mouvements rectilignes uniformes. Pour les mouvements autres (circulaires ou curvilignes) l'accélération sera non nulle même si le mouvement est uniforme.
c. Un mouvement accéléré se fait avec une accélération non nulle. Uniformément accéléré implique, en plus, que cette accélération reste constante.
d. Un point qui ralentit, n'a pas un mouvement rectiligne uniforme. Il subit donc une accélération. Il est donc accéléré. Le sens de l'accélération est opposé au sens du mouvement.
e. La composante selon $\vec{u}_n$ ne peut pas être nulle (si le mouvement est circulaire). Ainsi, un mouvement circulaire se fait nécessairement avec une accélération.
f. Il y a deux termes à l'accélération donnée dans le repère de Frenet. Si le mouvement circulaire n'est pas uniforme, la composante selon $\vec{u}_t$ n'est pas nulle.

28 Un point a une trajectoire circulaire de rayon R.

a. Donner l'expression de son accélération $\vec{a}(t)$ dans le repère de Frenet. Préciser comment les vecteurs unitaires $\vec{u}_t$ et $\vec{u}_n$ sont orientés.

b. Peut-on avoir une accélération nulle dans ce mouvement ?

28 a. $\vec{a}(t) = \frac{dv}{dt}(t)\,\vec{u}_t + \frac{v(t)^2}{R}\,\vec{u}_n$



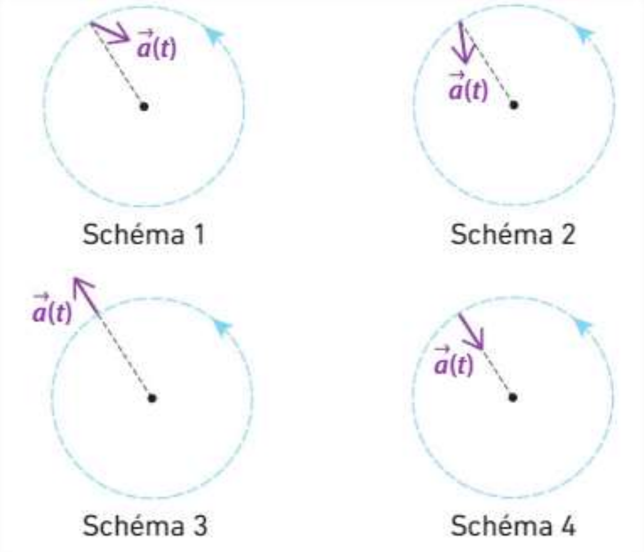
$\vec{u}_t$ est tangent à la trajectoire, son sens correspond au sens du mouvement. $\vec{u}_n$ est dirigé selon le rayon du cercle, vers le centre de celui-ci.
b. Compte tenu de l'expression de l'accélération, le premier terme peut s'annuler si $\frac{dv}{dt}(t) = 0$, c'est-à-dire si le mouvement devient uniforme.
Le deuxième terme ne peut s'annuler que si $v(t)$ devient nulle (absence de mouvement) ou si R devient infini (le mouvement devient alors rectiligne).
Ainsi, il ne peut y avoir de mouvement circulaire sans accélération.
c. L'expression de l'accélération dans le repère de Frenet montre que le terme selon $\vec{u}_n$ est nécessairement positif. Le vecteur accélération sera donc toujours dirigé vers l'intérieur de la courbure, ce qui exclut le schéma 4, indépendamment de la situation physique envisagée.

c. Associer chacune des trois situations à l'un des schémas ci-dessous. Justifier.

Situation 1 : le mouvement est circulaire accéléré.

Situation 2 : le mouvement est circulaire ralenti.

Situation 3 : le mouvement est circulaire uniforme.



Situation 1. La vitesse augmente en norme : $\frac{dv}{dt}(t) > 0$.
Ainsi, la partie de l'accélération dirigée selon $\vec{u}_t$ est dans le sens de $\vec{u}_t$.
Le schéma correspondant est le schéma 2.

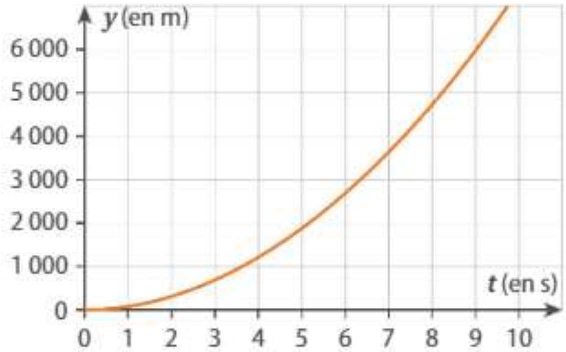
Situation 2. La vitesse diminue en norme : $\frac{dv}{dt}(t) < 0$.
Ainsi, la partie de l'accélération dirigée selon $\vec{u}_t$ est dans le sens opposé à $\vec{u}_t$.
Le schéma correspondant est le schéma 1.

Situation 3. La vitesse est constante en norme : $\frac{dv}{dt}(t) = 0$. Ainsi, la partie de l'accélération dirigée selon $\vec{u}_t$ est nulle. L'accélération est dirigée uniquement selon $\vec{u}_n$.
Le schéma correspondant est le schéma 3.

30 Décollage d'une fusée Soyouz

Utiliser un modèle • Exploiter un graphique

Dans les premières secondes du décollage de la fusée Soyouz, son mouvement est considéré comme rectiligne, selon l'axe (Oy) vertical. La courbe suivante donne l'altitude de la fusée en fonction du temps.



a. Justifier, à l'aide de la courbe, que la vitesse de la fusée est nulle à l'instant initial ($t = 0$ s).

b. Justifier, à l'aide de la courbe, que la vitesse de la fusée augmente au cours du temps.

c. Déterminer graphiquement la vitesse de la fusée aux instants $t_1 = 4{,}0$ s et $t_2 = 8{,}0$ s.

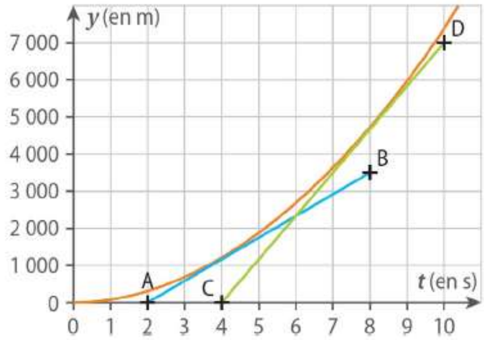
d. Montrer que l'enregistrement est compatible avec un mouvement uniformément accéléré pour lequel $v_y(t) = at$, a représentant l'accélération de la fusée.

Déterminer a et exprimer cette accélération en multiple de la norme du champ de pesanteur terrestre g ($g = 9{,}81$ m·s^{-2}).

30 a. La tangente à la courbe est horizontale à l'instant initial. On en déduit que la vitesse de la fusée est nulle à l'instant initial.

b. On observe que le coefficient directeur des tangentes à la courbe augmente au cours du temps. La vitesse de la fusée augmente au fur et à mesure que le temps passe.

c.



À $t_1 = 4{,}0$ s, $v_x(t_1) = \frac{x_B - x_A}{t_B - t_A} = \frac{3\,500 - 0}{8{,}0 - 2{,}0} = 5{,}8 \times 10^2$ m·s^{-1}.

À $t_2 = 8{,}0$ s, $v_x(t_2) = \frac{x_D - x_C}{t_D - t_C} = \frac{7\,000 - 0}{10{,}0 - 4{,}0} = 1{,}2 \times 10^3$ m·s^{-1}

d. Vérifions s'il y a proportionnalité entre $v_x(t)$ et t :

$v_x(t)$ (en m·s^{-1})	0	$5{,}8 \times 10^2$	$1{,}2 \times 10^3$
t (en s)	0	4,0	8,0
$k = \frac{v_x(t)}{t}$ (en m·s^{-2})	Compatible avec tous les coefficients de proportionnalité	$1{,}5 \times 10^2$	$1{,}5 \times 10^2$

$v_x(t)$ et t semblent proportionnels. Le coefficient de proportionnalité (égal à l'accélération de la fusée) est $k = 1{,}5 \times 10^2$ m·s^{-2} = 15g.

35 Course aérienne pour accélération maximale

Utiliser ses connaissances • Utiliser un modèle

Lors de certaines courses aériennes, les pilotes slaloment, à 300 km·h^{-1} en moyenne, entre des pylônes et subissent des accélérations dépassant les 10g (avec $g = 9{,}81$ m·s^{-2}).

a. Comment un point peut-il subir une accélération en ayant une vitesse de norme constante ?

b. Donner l'expression de l'accélération $\vec{a}(t)$ dans le repère de Frenet pour un point ayant une trajectoire circulaire. Si le mouvement est uniforme, quel terme disparaît dans l'expression de l'accélération ? Comment le vecteur $\vec{a}(t)$ est-il alors dirigé ?

c. Si l'accélération subie par un avion lancé à 300 km·h^{-1} vaut 10g, quel est le rayon de sa trajectoire ?

35 a. Le point peut avoir une vitesse constante en norme mais avoir une vitesse qui ne serait pas constante vectoriellement. Ainsi, le point pourrait subir une accélération avec un mouvement uniforme.

b. Dans le repère de Frenet : $\vec{a}(t) = \frac{dv}{dt}(t)\,\vec{u}_t + \frac{v(t)^2}{R}\,\vec{u}_n$

Si la norme de la vitesse $v(t)$ est constante $\frac{dv}{dt}(t) = 0$.

Ainsi, l'accélération sera : $\vec{a}(t) = \frac{v^2}{R}\,\vec{u}_n$

Elle sera portée par le vecteur unitaire $\vec{u}_n$ (dirigé du point vers le centre de la courbure).

c. $\vec{a}(t) = \frac{v^2}{R}\,\vec{u}_n$

En norme, $a = \frac{v^2}{R}$. Si $v = 300$ km·h^{-1} = 83,3 m·s^{-1} et $a = 10g = 10 \times 9{,}81 = 98{,}1$ m·s^{-2}, on obtiendrait $R = \frac{v^2}{a} = \frac{83{,}3^2}{98{,}1} = 70{,}7$ m. La trajectoire de l'avion serait un cercle de rayon $R = 70{,}7$ m.

37 Étude d'un téléphérique

Utiliser un modèle • Exploiter un énoncé

Pour étudier le mouvement du téléphérique de Grenoble, un élève le filme, puis pointe les positions successives du centre d'une cabine. Il modélise les coordonnées du point choisi par les équations suivantes :

$$x(t) = 5{,}76t \qquad y(t) = 1{,}95t$$

$x(t)$ et $y(t)$ sont en mètres, t en secondes.

a. Déterminer les équations horaires de la vitesse du point.

b. Montrer que le mouvement est uniforme.
Comment peut-on affirmer que le mouvement est aussi rectiligne ? Que peut-on en déduire concernant l'accélération du point ?

c. À partir des équations horaires de la vitesse, déterminer la norme de la vitesse de la cabine et l'angle entre le câble et l'horizontale.

37 a. $v_x(t) = \frac{dx}{dt}(t) = 5{,}76$ m·s^{-1}

$v_y(t) = \frac{dy}{dt}(t) = 1{,}95$ m·s^{-1}

b. Les coordonnées du vecteur vitesse sont constantes, le vecteur vitesse est constant. Si le vecteur vitesse est constant, sa norme l'est aussi. Si, à tout moment, le vecteur vitesse est constant, alors le mouvement est rectiligne. Le mouvement est rectiligne uniforme, son accélération est donc nulle.

$a_x(t) = \frac{dv_x}{dt}(t) = 0 \qquad a_y(t) = \frac{dv_y}{dt}(t) = 0$

Le vecteur accélération est nul.

c. $v_x(t) = 5{,}76$ m·s^{-1} $\qquad v_y(t) = 1{,}95$ m·s^{-1}

La norme de la vitesse est $v(t) = \sqrt{(v_x(t))^2 + (v_y(t))^2}$.

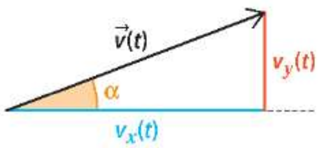
$v(t) = \sqrt{(5{,}76)^2 + (1{,}95)^2} = 6{,}08$ m·s^{-1}

Pour déterminer l'angle entre l'horizontal et la direction du mouvement, nous allons déterminer l'angle entre l'horizontale et le vecteur vitesse.

Le triangle est rectangle, on peut utiliser les relations trigonométriques :

$\tan(\alpha) = \frac{v_y}{v_x} = \frac{1{,}95}{5{,}76}$

$\alpha = 18{,}7°$



45 La Logan au banc d'essai

La Dacia Logan est conçue par le constructeur français Renault.

L'exercice détaille certains tests routiers effectués par les essayeurs d'un magazine automobile.

Donnée

Norme du champ de pesanteur : $g = 9{,}81\ \text{m·s}^{-2}$

A. Mesures de reprises

Le test consiste à faire passer la voiture, en pleine accélération et sur le deuxième rapport de la boîte de vitesses, de $30\ \text{km·h}^{-1}$ à $70\ \text{km·h}^{-1}$ sur une portion de circuit rectiligne et horizontale.

On mesure alors le temps nécessaire à cette accélération, ce qui donne une bonne indication de la capacité du véhicule à s'insérer et à évoluer dans le trafic routier.

Résultat du test donné par le magazine :

« passage de $30\ \text{km·h}^{-1}$ à $70\ \text{km·h}^{-1}$ en 5,4 s »

Le vecteur accélération est supposé constant pendant tout le mouvement ; sa norme est notée a_1.

Le schéma ci-dessous donne les différentes conventions utilisées. L'origine des temps est choisie à l'instant où le centre de masse G du véhicule passe au point O avec la vitesse $v_0 = 30\ \text{km·h}^{-1}$.

1.1. Donner la relation entre le vecteur accélération $\vec{a}_1$ et le vecteur vitesse $\vec{v}$ du centre de masse G du véhicule. En déduire l'équation horaire de la vitesse du centre de masse du véhicule $v(t)$ en fonction de a_1, v_0 et t.

1.2. En utilisant le résultat du test d'accélération, montrer que la norme de l'accélération du véhicule en unité SI est $a_1 = 2{,}1\ \text{m·s}^{-2}$.

2.1. Établir l'équation horaire de la position $x(t)$ du centre de masse G en fonction des grandeurs de l'énoncé.

2.2. En déduire la distance D parcourue par la Logan quand elle passe de $30\ \text{km·h}^{-1}$ à $70\ \text{km·h}^{-1}$ en 5,4 s.

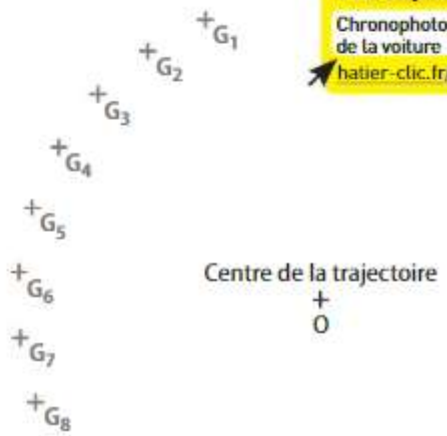
B. Virage sur une trajectoire circulaire

Un second test consiste à faire décrire à la voiture une trajectoire circulaire de rayon $R = 50$ m. Ce test donne une bonne indication de la tenue de route du véhicule.

Une chronophotographie représentant les positions successives du centre de masse G de la Logan pendant ce test (en vue de dessus) est disponible à l'adresse hatier-clic.fr/pct310.

La durée $\tau = 1{,}00$ s sépare deux positions successives du centre de masse G.

Doc. imprimable
Chronophotographie de la voiture
hatier-clic.fr/pct310



1.1. Exprimer les normes des vitesses v_3 et v_5 du centre de masse G aux points G_3 et G_5 en fonction des distances G_2G_4, G_4G_6 et de la durée τ.

1.2. En utilisant le document, montrer que ces vitesses v_3 et v_5 ont la même valeur d'environ $40\ \text{km·h}^{-1}$.

1.3. Représenter les vecteurs vitesse $\vec{v}_3$ et $\vec{v}_5$ sur le document (échelle : 1 cm pour $2\ \text{m·s}^{-1}$).

1.4. Représenter le vecteur $\Delta\vec{v}_4 = \vec{v}_5 - \vec{v}_3$.

2.1. Donner l'expression du vecteur accélération $\vec{a}_4$ au point G_4, en fonction de $\Delta\vec{v}_4$ et τ.

2.2. Calculer la valeur de a_4 en unité SI.

3.1. Le constructeur qualifie cette accélération de « latérale ». Quel autre qualificatif utiliserait-on plutôt en physique ?

3.2. Peut-on considérer que, pour les passagers de la voiture, l'effet de cette accélération est négligeable devant celui de l'accélération de la pesanteur ?

Adapté du sujet de Bac Liban, 2006.

DES CLÉS POUR RÉUSSIR

A.1.1. Revoir le cours 1 p. 294.
Ne pas oublier de tenir compte des conditions initiales.

Primitive d'une fonction du temps p. 20

A.1.2. Attention aux unités : les vitesses sont données en kilomètres par heure.

B.1.3. Le vecteur vitesse est tangent à la trajectoire, ce qui peut se traduire par un vecteur $\vec{v}_3$ parallèle à (G_2G_4), par exemple.

B.1.1. et B.2.1. Attention l'écart de temps entre les positions choisies est 2τ.

45 **A.** 1.1. $\vec{a}_1 = \frac{d\vec{v}}{dt}(t)$

L'accélération de la voiture se fait selon un axe unique (ici, (Ox)). Cela implique que :
$\vec{a}(t) = a_x(t)\vec{i}$ et $\vec{v}(t) = v_x(t)\,\vec{i}$

Ainsi, $a_x(t) = \frac{dv_x}{dt}(t)$.

Le mouvement étant dirigé selon (Ox), v_x est positif à tout moment du mouvement.
La voiture accélérant, le vecteur accélération est dirigé aussi selon (Ox), a_x est donc positif à tout moment. En norme, $a_1(t) = \frac{dv}{dt}(t)$ or a_1 est constante :
$v(t) = a_1t + k$ avec k une constante.
Or à $t = 0$, on a $v(t = 0) = k = v_0$. Ainsi, $v(t) = a_1t + v_0$.
1.2. À $t = t_1 = 5{,}4$ s, $v(t_1) = v_A$.
Soit $v(t_1) = a_1t_1 + v_0 = v_A$.

Ainsi, $a_1 = \frac{v_A - v_0}{t_1} = \frac{\frac{70}{3{,}6} - \frac{30}{3{,}6}}{5{,}4} = 2{,}1\ \text{m·s}^{-2}$.

2.1. $v_x(t) = \frac{dx}{dt}(t) = a_1t + v_0$

$x(t) = \frac{1}{2}a_1t^2 + v_0t + k'$ avec k' une constante.

Or à $t = 0$, $x(0) = k' = 0$. Ainsi, $x(t) = \frac{1}{2}a_1t^2 + v_0t$.

2.2. La distance D parcourue par la Logan correspond à $x(t_1)$: $x(t_1) = \frac{1}{2}a_1t_1^2 + v_0t_1 = D$

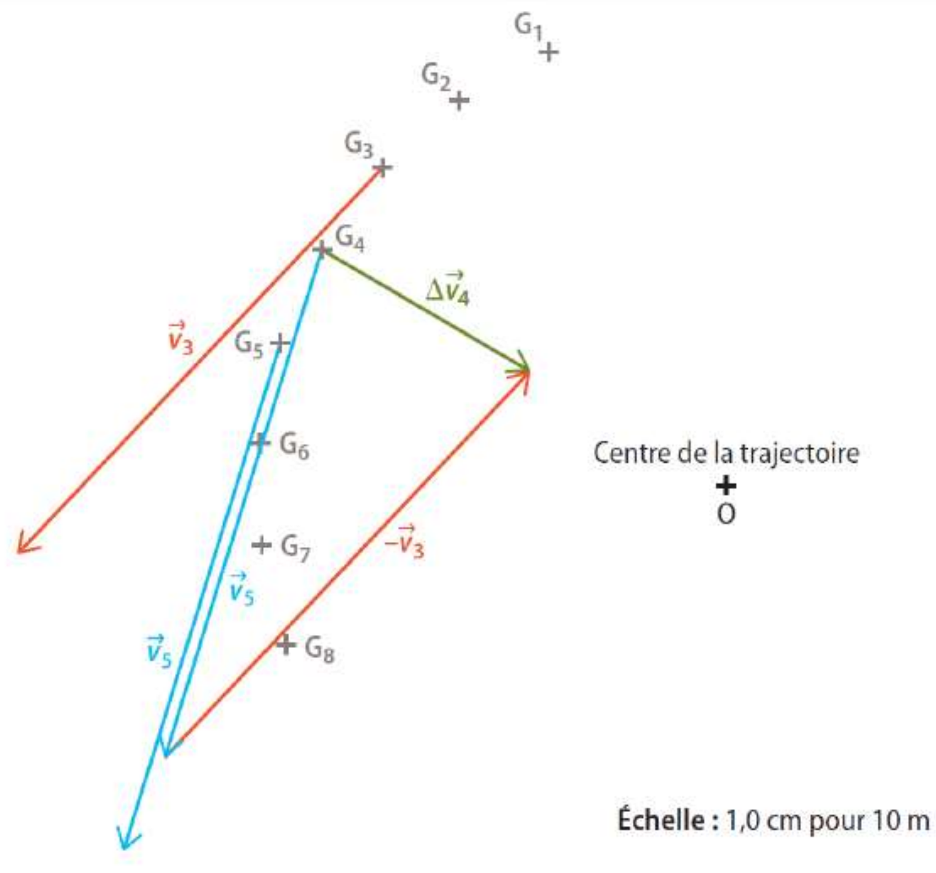
$D = \frac{1}{2} \times 2{,}1 \times 5{,}4^2 + \frac{30}{3{,}6} \times 5{,}4 = 76$ m

B. 1.1. Les normes des vitesses sont :

$v_3 = \frac{G_2G_4}{2\tau}$ et $v_5 = \frac{G_4G_6}{2\tau}$

1.2. G_2G_4 et G_4G_6 sont égales à 21 m (2,1 cm sur la figure). Donc $v_3 = v_5 = \frac{21}{2 \times 1{,}00} = 11\ \text{m·s}^{-1} = 40\ \text{km·h}^{-1}$.

1.3. En tenant compte de l'échelle proposée, les vecteurs auront une taille de 5,5 cm.
1.4. Sur le schéma, la variation du vecteur vitesse au point 4 mesure 2,5 cm. Ainsi, $\Delta v_4 = 5{,}0\ \text{m·s}^{-1}$.



2.1. On peut calculer le vecteur accélération approchée : $\vec{a}_4 = \frac{\Delta \vec{v}_4}{2\tau}$

2.2. En norme : $a_4 = \frac{\Delta v_4}{2\tau} = \frac{5{,}0}{2 \times 1{,}00} = 2{,}5\ \text{m·s}^{-2}$

3.1. En physique, on utilise plutôt le terme d'accélération radiale.
(On peut même ajouter centripète car le sens de l'accélération est orienté vers le centre du cercle.)

3.2. Comparons la valeur de l'accélération obtenue et l'accélération de pesanteur : $\frac{a_4}{g} = \frac{2{,}5}{9{,}81} = 0{,}26$

Cette accélération est donc négligeable devant l'accélération de pesanteur.