Partie Comprendre : Lois et modèles

CHAP 08-EXOS Temps et relativité restreinte

Exercices résolus p 217-218 N° 1 à 4
Exercices p 219 à 226 N° 10-11-14-15-20

10 Exploiter le coefficient γ

On imagine que, dans un futur lointain, un astronaute puisse se déplacer suivant une trajectoire rectiligne à une vitesse de valeur constante par rapport à la Terre égale à $0,80 \times c$.
Le référentiel lié à l'astronaute est supposé galiléen. On considère deux événements se déroulant au même endroit sur Terre.
La durée propre ΔT_0 séparant ces deux événements est mesurée par une horloge liée à la Terre et proche du lieu où se déroulent ces événements.

1. De quel coefficient γ la durée $\Delta T'$ entre ces deux événements mesurée par l'astronaute est-elle allongée par rapport à la durée propre relevée sur Terre ?
2. Quelle devrait être la valeur de la vitesse de l'astronaute par rapport à la Terre pour que la durée qu'il mesure soit le double par rapport à la durée propre sur Terre ?

Donnée : Les durées propre ΔT_0 et mesurée $\Delta T'$ sont reliées par $\Delta T' = \gamma \cdot \Delta T_0$ où :

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

avec v la valeur de la vitesse relative des deux horloges qui mesurent $\Delta T'$ et ΔT_0.

1. Coefficient γ :

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{(0,8c)^2}{c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1-(0,8)^2}} = 1,7$$

ΔT' = 1,7.Δ.T

2. Calcul de la vitesse

On a
ΔT' = 2.Δ.T

$$2 = \gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

$$\gamma^2 = \frac{1}{1-\frac{v^2}{c^2}}$$

$1 - \frac{v^2}{c^2} = \frac{1}{\gamma^2}$

$- \frac{v^2}{c^2} = \frac{1}{\gamma^2} - 1$

$\frac{v^2}{c^2} = - \frac{1}{\gamma^2} + 1$

$v^2 = (- \frac{1}{\gamma^2} + 1).c^2$

$v = \sqrt{(- \frac{1}{\gamma^2} + 1)}.c$

A.N.

$v = \sqrt{(- \frac{1}{2^2} + 1)}.\ c$

v =0,87. c

11 Exploiter la relation entre durée propre et durée mesurée

Un astronaute s'éloigne de la Terre avec une vitesse de valeur constante $v = 0{,}90 \times c$ suivant une trajectoire rectiligne jusqu'à une planète distante de d = 4,0 années de lumière.

La durée mesurée $\Delta T'$ par une horloge sur Terre est différente de la durée propre ΔT_0 relevée par une horloge fixe dans un référentiel lié à l'astronaute supposé galiléen.

Ces deux durées sont reliées par :

$$\Delta T' = \gamma \cdot \Delta T_0$$

Le coefficient γ est donné par la relation :

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

v est la valeur de la vitesse relative des horloges qui mesurent $\Delta T'$ et ΔT_0.

1. Quelle est la durée du trajet de l'astronaute pour un observateur terrestre ?

2. Quelle est la durée de ce même trajet pour l'as-ronaute ?

1. Calcul de la durée ΔT' du trajet vu de la Terre

$v = \frac{d}{\Delta T'}$

$\Delta T' = \frac{d}{v} = \frac{4.9{,}5.10^{15}}{0{,}9.3.10^{8}} =$ **1,41.10⁸ s = 4,46 ans**

2. Durée du trajet pour l'astronaute : càd $\Delta.T_0$

$\Delta T' = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}.\Delta T_0$

$\Delta T_0 = \Delta T'.\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = 4{,}46.\sqrt{1 - \frac{(0{,}9.c)^2}{c^2}} = 4{,}46.\sqrt{1 - (0{,}9)^2}$ **= 1,9 ans**

14 La relativité du temps

COMPÉTENCES **Extraire des informations ; exploiter une relation.**

On imagine qu'un OVNI est repéré dans le sud ouest de la France. Il se déplace à une vitesse constante par rapport au sol dont la valeur est égale aux deux tiers de celle de la vitesse de la lumière dans le vide.
On cherche à déterminer la durée qui s'écoule lors d'un survol rectiligne entre Bordeaux et Arcachon de l'OVNI, villes distantes de 49 km, lorsque cette durée est :

a. mesurée par Nicolas en vacances à Arcachon ;
b. mesurée par un extraterrestre à bord de l'OVNI.

Données :
Les durées propre ΔT_0 et mesurée $\Delta T'$ sont reliées par $\Delta T' = \gamma \cdot \Delta T_0$, où

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

avec v la valeur de la vitesse relative des horloges qui mesurent $\Delta T'$ et ΔT_0.

Le référentiel terrestre et celui lié à l'OVNI sont supposés galiléens. Nicolas et l'OVNI sont immobiles respectivement dans ces référentiels.

1. Quels sont les deux événements dont on cherche à mesurer la durée qui les sépare ?
2. Qui de Nicolas ou de l'extraterrestre mesure la durée propre du survol de l'OVNI ?
3. Calculer la durée du survol mesurée par Nicolas.
4. Calculer la durée du survol mesurée par l'extraterrestre.

1. Les deux événements dont on cherche à mesurer la durée qui les sépare sont les passages de l'OVNI au-dessus de Bordeaux et d'Arcachon.

2. La durée mesurée par l'extraterrestre est une durée propre. cf cours

- Le référentiel galiléen dans lequel deux événements E_1 et E_2 ont lieu au même endroit de l'espace est appelé référentiel propre pour E_1 et E_2.

- L'horloge qui lui est associée mesure un intervalle de temps entre ces deux événements appelé la durée propre entre E_1, et E_2.

3. Calcul de de la durée ΔT' du trajet vu de la Terre

$v = \frac{d}{\Delta T'}$

$\Delta T' = \frac{d}{v} = \frac{49.1000}{\frac{2}{3}.3.10^8} = 2{,}45.10^{-4}\ s$

4. **. Durée du trajet pour E.T. : càd $\Delta.T_0$**

$\Delta T' = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}.\Delta T_0$

$\Delta T_0 = \Delta T'.\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}} = 2{,}45.10^{-4}.\sqrt{1-\frac{(\frac{2}{3}.c)^2}{c^2}} = 2{,}45.10^{-4}.\sqrt{1-(\frac{2}{3})^2} = 1{,}83.10^{-4}\ s$

15 Une période variable

COMPÉTENCES **Raisonner ; calculer.**

On imagine qu'une fusée se déplace selon une trajectoire rectiligne avec une vitesse de valeur constante $v = 250\,000\ \text{km}\cdot\text{s}^{-1}$ par rapport à la Terre. À son bord, un astronaute envoie à un ami resté sur Terre un signal lumineux périodique. Il règle sa fréquence d'émission f à 5,0 Hz.

Le référentiel terrestre et celui lié à la fusée sont supposés galiléens pendant la durée des mesures.

Données :

Les durées propre ΔT_0 et mesurée $\Delta T'$ sont reliées par

$$\Delta T' = \gamma \cdot \Delta T_0,\ \text{où}\ \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}},$$

avec v la valeur de la vitesse relative des horloges qui mesurent $\Delta T'$ et ΔT_0 et $c = 3{,}00 \times 10^8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$.

1. Quels sont les deux événements à considérer pour

2. Quelle est la période propre de ce signal lumineux ?

3. Quelle est la période mesurée de ce signal par l'ami resté sur Terre ?

1. Les deux événements à considérer pour étudier la période d'un signal lumineux sont les émissions consécutives de deux signaux lumineux.

<u>2. Calcul de la période propre</u>

$$\Delta T_0 = \frac{1}{f} = \frac{1}{5} = 0{,}2\ \text{s}$$

<u>3. Calcul de la période mesurée par l'ami</u>

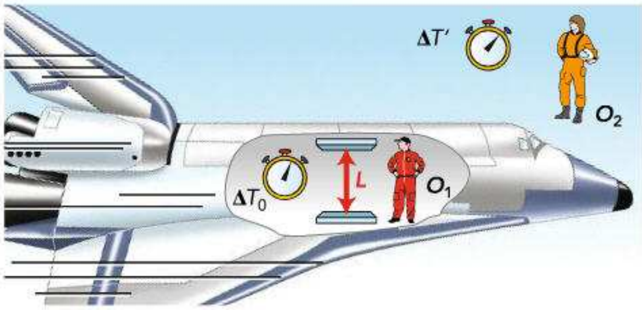
$$\Delta T' = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}.\Delta T_0$$

$$\Delta T' = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{(250\,000.10^3)^2}{(3.10^8)^2}}}.0{,}2 = 0{,}36\ \text{s}$$

20 Démo Quand les durées se dilatent

COMPÉTENCES Schématiser une situation ; raisonner.

La relativité restreinte conduit à des conclusions surprenantes dont celle de la dilatation des durées. L'expérience de pensée suivante permet de démontrer la formule de dilatation des durées et l'expression du coefficient γ.
Elle utilise une « horloge de lumière » qui est un dispositif imaginaire constitué de deux miroirs parallèles (représentés en bleu dans le schéma ci-dessous) entre lesquels les allers-retours d'un faisceau lumineux rythment le temps.

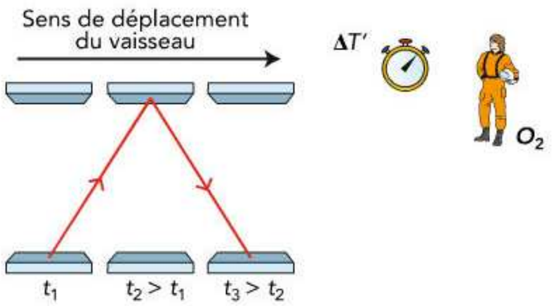


Dans un vaisseau, un observateur O_1, immobile par rapport à l'horloge de lumière, mesure la durée ΔT_0 d'un aller-retour de la lumière entre les deux miroirs distants d'une longueur L. La lumière se déplace à une vitesse de valeur c.

Un autre observateur O_2, à l'extérieur du vaisseau, regarde l'horloge et la voit se déplacer horizontalement à une vitesse de valeur v constante. Dans le référentiel galiléen lié à O_2, le faisceau de lumière parcourt une distance plus grande que celle parcourue dans le référentiel galiléen relié à O_1 du fait du déplacement du vaisseau (schéma ci-dessus).

La lumière ayant une vitesse de valeur c indépendante du référentiel, la durée $\Delta T'$ mesurée par O_2 sera supérieure à ΔT_0.

1. Lequel des observateurs mesure la durée propre ?
2. a. Pour O_1, quelle est la distance parcourue par la lumière lors d'un aller-retour entre les deux miroirs ?
b. Exprimer cette distance en fonction de c et de ΔT_0.
3. a. Sur le schéma ci-dessous, on a représenté différentes positions de l'horloge observée par O_2 lors d'un aller-retour de la lumière entre les deux miroirs.



Pour O_2, exprimer, en fonction de v et de $\Delta T'$, la distance d parcourue par l'astronef pendant un aller simple de la lumière.

b. On appelle ℓ la distance parcourue par la lumière dans le référentiel lié à O_2 pendant la durée $\Delta T'$.
Recopier et compléter le schéma de la question 3a en faisant apparaître d, L et $\frac{\ell}{2}$.
c. Quelle est la relation entre d, L et ℓ ?
4. a. Exprimer la distance ℓ en fonction de c et de $\Delta T'$.
b. À l'aide des questions précédentes, exprimer la durée $\Delta T'$ en fonction de ΔT_0 et montrer que le coefficient γ apparaissant vaut :

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

5. Pourquoi parle-t-on de dilatation des durées dans le titre de l'exercice ?

1. Pour mesurer une durée propre, l'observateur muni d'un chronomètre doit être proche des deux événements dont il mesure la durée qui les sépare.
L'observateur O_1 mesure donc une durée propre.

2. a. Distance parcourue par la lumière

C'est 2.L

b. Expression de L :

$v = \frac{d}{t}$

$c = \frac{2.L}{\Delta T_0}$

$L = \frac{c.\Delta T_0}{2}$

3.a. Expression de d pendant un allez simple :

- Dans le réf de O_2, le temps d'un allez retour, c'est ΔT'
- La distance d'un allez simple parcourue par la navette c'est d

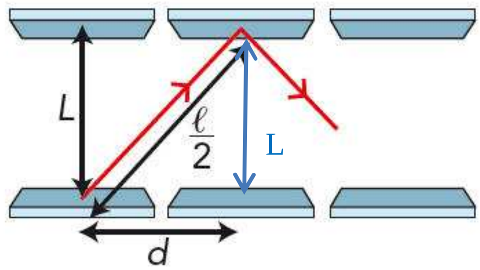
Pendant un aller simple de la lumière, l'astronef parcourt la distance

$$v = \frac{d}{\frac{\Delta T'}{2}}$$

$$d = v.\frac{\Delta T'}{2}$$

b. Schéma

l c'est la distance parcourue par la lumière pendant un temps ΔT' càd un allez retour



c. Relation de *l* :

Le schéma fait apparaître un triangle rectangle pour lequel

$$\left(\frac{l}{2}\right)^2 = (L)^2 + d^2$$

$$\left(\frac{l}{2}\right) = \sqrt{(L)^2 + d^2}$$

$$l = 2.\sqrt{(L)^2 + d^2}$$

4. a. Expression de *l* on fonction de ΔT' et c :

$$v = \frac{d}{t}$$

$$c = \frac{l}{\Delta T'}$$

$$l = c.\,\Delta T'$$

b. relation γ

On a

$$l = 2.\sqrt{(L)^2 + d^2}$$

$$L = \frac{c.\Delta T_0}{2} \; et \; d = v.\frac{\Delta T'}{2}$$

Or comme

$l = c.\Delta T'$

$$2.\sqrt{(L)^2 + d^2} = c.\Delta T'$$

$$2.\sqrt{(\frac{c.\Delta T_0}{2})^2 + \left(v.\frac{\Delta T'}{2}\right)^2} = c.\Delta T'$$

$$4.[(\frac{c.\Delta T_0}{2})^2 + \left(v.\frac{\Delta T'}{2}\right)^2] = c^2.(\Delta T')^2$$

$$4.[\frac{c^2.(\Delta T_0)^2}{4} + \frac{(\Delta T')^2}{4}] = c^2.(\Delta T')^2$$

$$c^2.(\Delta T_0)^2 + .v^2.(\Delta T')^2 = c^2.(\Delta T')^2$$

$$(\Delta T')^2.(-v^2 + c^2) = c^2.(\Delta T_0)^2$$

$$(\Delta T')^2 = \frac{c^2}{(-v^2 + c^2)}(\Delta T_0)^2$$

$$\Delta T' = \sqrt{\frac{c^2}{(-v^2 + c^2)}}\Delta T_0$$

$$\Delta T' = \sqrt{\frac{\frac{c^2}{c^2}}{(-\frac{v^2}{c^2} + \frac{c^2}{c^2})}}\Delta T_0$$

$$\Delta T' = \sqrt{\frac{1}{1-\frac{v^2}{c^2}}}.\Delta T_0$$

CQFD

5. Dilatation des durées :

$\frac{v^2}{c^2} < 1$

$1 - \frac{v^2}{c^2}$ tjrs < 1

$$\sqrt{\frac{1}{1-\frac{v^2}{c^2}}} > 1$$

Donc $\Delta T' > \Delta T_0$