Partie Comprendre : Lois et modèles

CHAP 08-ACT DOC Temps et relativité restreinte

CORRIGE

Objectifs :

- Extraire et exploiter des informations relatives à l'évolution de la mesure du temps et de la définition de la seconde.
- Extraire et exploiter des informations sur l'influence des phénomènes dissipatifs sur la problématique de la mesure du temps et la définition de la seconde.
- Extraire et exploiter des informations pour justifier l'utilisation des horloges atomiques dans la mesure du temps.
- Comprendre un test expérimental de l'invariance de la vitesse de la lumière
- Extraire et exploiter des informations relatives aune situation concrète où le caractère relatif du temps est à prendre en compte

1. MESURE DU TEMPS ET DEFINITION DE LA SECONDE LA QUETE DE LA PRECISION Hachette p 188-189

1.1. Documents

La seconde est un étalon de mesure du temps. C'est une grandeur de référence qui doit être précise, reproductible, donc immuable. Pendant longtemps, elle a été définie à partir du jour solaire moyen, mais les découvertes scientifiques et les innovations techniques ont conduit à en donner une nouvelle définition. Dans quel but la définition de la seconde a-t-elle évolué? Quels avantages présente l'utilisation des horloges atomiques dans la mesure du temps?

La mesure du temps

Depuis l'Antiquité, les hommes ont toujours cherché à mesurer le temps ou, plus précisément, les intervalles de temps. Ils se sont d'abord tournés vers les phénomènes naturels qui présentent une grande régularité comme la rotation de la Terre autour du Soleil, la rotation de la Lune autour de la Terre ou encore la rotation de la Lune sur elle-même pour définir des calendriers et des échelles de temps. Ils ont ensuite cherché à réaliser eux-mêmes des instruments toujours plus précis et l'un des plus anciens instruments est connu sous le nom de sablier égyptien. Cependant, il faudra attendre le début des années 1600 et la découverte du pendule par GALILÉE et sa mise en pratique par HUYGENS pour que ces instruments commencent à atteindre une précision de l'ordre de quelques dizaines de secondes par jour.

Extrait de C. SALOMON, XV séminaire Poincaré, « Le Temps

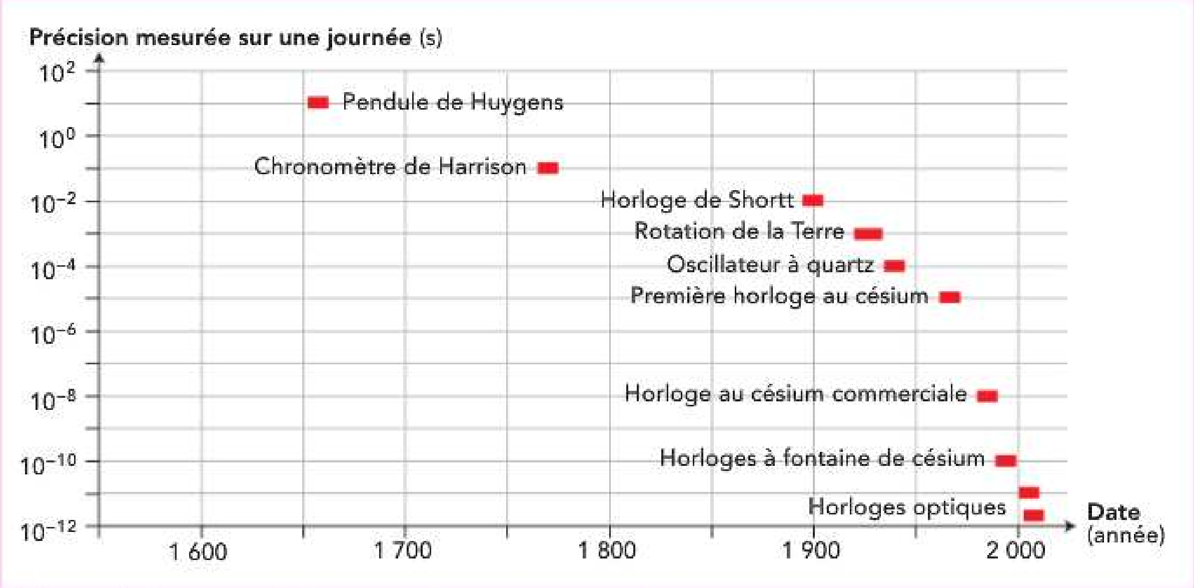
Pourquoi le césium 133 ?

Le césium a plusieurs caractéristiques qui justifient son utilisation :

- le césium est un atome stable et simple à manipuler ;
- à l'état naturel, il n'existe qu'un seul isotope du césium. La fréquence du rayonnement échangé entre les deux niveaux particuliers est donc la même pour tous les atomes ;
- cette fréquence est grande (10^{10} oscillations par seconde), ce qui permet d'avoir une horloge d'une grande précision.

Depuis 1967, la définition de la seconde est basée sur une transition de l'atome de césium 133.

Des horloges de plus en plus précises



Évolution de la précision de la mesure du temps au cours des années (source : C. SALOMON).

La définition de la seconde a évolué au cours du temps. Avec l'avènement des mesures astronomiques, les astronomes se sont aperçus que la rotation de la Terre autour de son axe n'était pas uniforme. Sa vitesse diminue sensiblement et, de fait, la durée des jours augmente.
Ce ralentissement est principalement généré par l'effet des marées. Sous l'action des forces exercées essentiellement par la Lune, la Terre se déforme. Il apparaît des bourrelets océaniques créant des frottements qui ralentissent sa rotation.
Dans les années 1960, la définition de la seconde comme étant 1/86 400^{e} du jour solaire moyen est donc abandonnée.
Aujourd'hui, la seconde est définie comme la durée nécessaire pour qu'il se produise 9 192 631 770 oscillations au sein de l'atome de césium 133.
On parle de temps atomique.

L'horloge atomique, pourquoi et comment ?

Pourquoi des horloges atomiques ?
Les horloges atomiques permettent d'obtenir un oscillateur stable de très courte période, sans perte d'énergie, ce qui améliore grandement la précision de la mesure du temps.

Comment ça marche ?
Un atome peut exister sous différents niveaux d'énergie. Ces énergies ne peuvent prendre que des valeurs bien précises, caractéristiques de la nature de l'atome.
Pour passer d'un niveau d'énergie à un autre, l'atome reçoit ou émet un photon dont l'énergie correspond exactement à la différence d'énergie entre les deux niveaux.
Puisque les différences d'énergie entre les états d'un atome ont des valeurs parfaitement définies, il en est de même de la fréquence, donc de la période de l'onde électromagnétique associée au changement de niveau.
Une horloge atomique utilise la période de cette onde électromagnétique.
Le signal utile d'une l'horloge atomique est le signal délivré par un oscillateur macroscopique à quartz, contraint d'osciller à la fréquence du rayonnement échangé par l'atome de césium 133 lors d'une transition électronique entre deux niveaux d'énergie particuliers.
Cette fréquence vaut 9 192 631 770 Hz.
On utilise donc des atomes de césium qui contrôlent et ajustent la fréquence générée par le quartz.

Le quartz, un matériau piézoélectrique
Le quartz est un minéral composé de dioxyde de silicium de formule SiO_2 (silice). Il est piézoélectrique, c'est-à-dire qu'il vibre avec une fréquence stable lorsqu'il est stimulé électriquement. Inversement, s'il est mis en oscillation mécanique, il émet un signal électrique, stable également, de la même fréquence.

Quel avenir pour les horloges atomiques ?

Aujourd'hui, les horloges atomiques ont de nombreuses applications : elles permettent par exemple de déterminer l'heure légale de chaque fuseau horaire ou de faire fonctionner le système de positionnement GPS (voir **chapitre 8**).
Les horloges les plus récentes ont des fréquences encore plus élevées (10^{15} Hz). Elles sont devenues meilleures que les horloges au césium et il faudra, à l'avenir, changer la définition de la seconde.

1.2 Questions

a) Donner des exemples de phénomènes physiques utilisés pour définir une mesure du temps.

La rotation de la Terre, le pendule de Huygens, les transitions électroniques, etc. sont des exemples de phénomènes physiques utilisés pour définir le temps.

b) Quel est le paramètre commun à tous ces phénomènes physiques?

Ces phénomènes sont tous périodiques.

c) Pourquoi parle-t-on de jour solaire moyen?

On parle de jour solaire moyen, car la seconde est définie à partir d'une valeur moyenne faite sur une année. En effet, le jour solaire, temps séparant deux passages successifs du Soleil au méridien d'un lieu, change selon la période de l'année à laquelle on se trouve, essentiellement du fait de la trajectoire elliptique de la Terre. La Terre se déplace plus vite lorsqu'elle est près du Soleil que lorsqu'elle en est éloignée, ce qui a une influence sur la durée du jour solaire qui varie entre 23 h 59 min 39 s et 24 h 0 min 30 s.

d) On peut parler de phénomènes dissipatifs responsables du ralentissement de la rotation de la Terre,

d1) Quels sont les phénomènes dissipatifs évoqués dans les documents ci-dessus?

Les phénomènes dissipatifs évoqués dans les documents sont les frottements générés par l'effet des marées.

d2) Pourquoi sont-ils qualifiés de « dissipatifs »?

Les frottements entraînent un ralentissement de la vitesse de rotation de la Terre autour de son axe et donc une diminution de son énergie cinétique. Cette perte d'énergie est traduite par le terme « dissipatif ».

d3) En quoi ces phénomènes sont-ils un frein à l'utilisation des systèmes mécaniques pour mesurer le temps?

Les phénomènes dissipatifs sont un frein à l'utilisation des systèmes mécaniques pour mesurer le temps. Ils sont à l'origine d'une perte d'énergie qui empêche ces systèmes d'évoluer de manière périodique.

e) Justifier l'utilisation des horloges atomiques pour la définition de la seconde.

Une horloge atomique utilise le signal délivré par un oscillateur à quartz qui oscille à une fréquence stable dans le temps.
Cette fréquence correspond à celle du rayonnement échangé par un atome de césium lors d'une transition entre deux niveaux particuliers. Le césium existant sous un seul isotope, cette fréquence est la même pour tous les atomes. Les vibrations du quartz sont donc stables dans le temps.

2. L'EXPERIENCE DE MICHELSON ET MORLEY

Hathier p 260

2.1. Documents

Jusqu'à la fin du XIXe siècle, la lumière était supposée se propager dans un milieu appelé éther, par analogie avec les ondes mécaniques qui font vibrer un milieu matériel à leur passage.

La célérité de la lumière dans le référentiel terrestre devait donc être différente de sa célérité dans le référentiel de l'éther.
Pour vérifier cela, les physiciens américains Albert Michelson (1852-1931) et Edward Morley (1838-1923) étudièrent les variations de la vitesse de la lumière à l'aide d'un appareil utilisant les interférences lumineuses d'une source de longueur d'onde λ. L'interféromètre de Michelson est constitué d'une lame semi-réfléchissante séparant le faisceau en deux, et de deux miroirs M_1 et M_2 placés à égale distance L de la lame (Fig. 1). Les deux faisceaux réfléchis sont recombinés par la lame semi-réfléchissante et leur figure

d'interférence est observée sur un écran. En supposant l'interféromètre en mouvement à la vitesse v constante (de valeur 30 km.s^{-1}) dans le référentiel de l'éther, la lumière parcourt, sur un trajet, la distance

$L_1 = \frac{2.L}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}}$ et, sur l'autre, la distance $L_2 = \frac{2.L}{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}$ (Fig. 2).

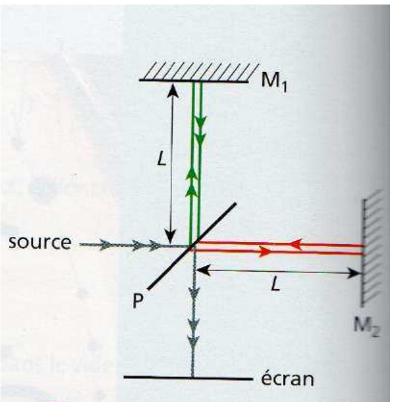


Fig. 1 Interféromètre de Michelson.

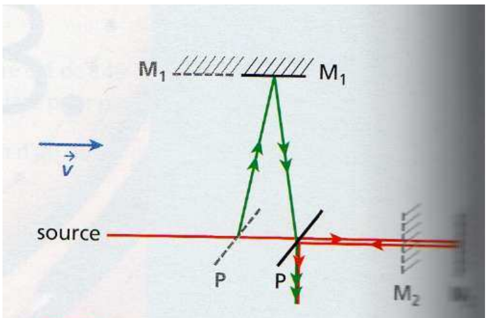


Fig. 2 Trajets de la lumière dans l'interféromètre en mouvement.

2.2. Questions

a) Quelle serait la différence de marche au centre de l'écran (correspondant aux rayons en incidence normale sur les miroirs) si l'interféromètre était immobile dans le référentiel de l'éther ?
- Le centre de l'écran serait-il sombre ou lumineux ?

Si l'interféromètre est immobile dans le référentiel de l'éther, les distances parcourues par la lumière sont identiques pour les deux miroirs($L_1 = L_2 = 2L$ si $v = 0$), donc la différence de marche est nulle. Ainsi les deux ondes qui interfèrent sont en phase, l'intensité est maximale et la frange centrale est lumineuse.

b) Répondre aux mêmes questions en considérant cette fois la différence de marche $\delta = L_2 - L_1$.
- L'intensité lumineuse au centre de l'écran est-elle maximale ?

Si les distances L_1 et L_2 sont différentes, la différence de marche est non nulle, donc les interférences ne sont pas a priori constructives et l'intensité lumineuse n'est pas forcément maximale au centre : il n'y a pas forcément, à cet endroit, de frange lumineuse.

c) L'expérience de Michelson et Morley, réalisée entre 1881 et 1887 et reproduite de nombreuses fois depuis, n'a jamais montré de différence dans la figure d'interférences entre les deux situations. Ceci permet d'émettre plusieurs hypothèses :

- la mesure n'est pas assez précise,
- le référentiel terrestre est immobile par rapport à l'éther,
- la célérité de la lumière est c dans l'éther et dans le référentiel terrestre.

Sachant que les physiciens sont capables de mesurer des distances très inférieures à la longueur d'onde, quelle hypothèse semble vraisemblable ?

La vitesse de la Terre n'étant pas nulle, et la précision de la mesure étant très largement suffisante, c'est l'hypothèse selon laquelle la célérité de la lumière dans le référentiel terrestre est différente de sa célérité dans le référentiel de l'éther qui est fausse : la célérité de la lumière est égale à c dans l'éther et dans le référentiel terrestre.

d) Montrer alors à l'aide de la Figure 1, que la différence de marche est bien nulle si la vitesse de la lumière est égale à c dans tous les référentiels.

Si la vitesse de la lumière est égale à c dans tous les référentiels, elle vaut donc c dans le référentiel de l'interféromètre. Les deux allers et retours de la lumière sur chaque miroir sont alors strictement identiques, donc la différence de marche est bien nulle.

3. EFFET RELATIVISTE POUR LE GLOBAL POSITIONING SYSTEM (GPS)

Hathier p 261

3.1. Documents

La vitesse de la lumière dans le vide est la même dans tout référentiel. Il n'y a donc pas de référentiel absolu, ni de temps absolu : le temps dépend du référentiel considéré.
Considérons, par exemple, un satellite tournant autour de la Terre à la vitesse v dans le référentiel terrestre. Si une horloge située à bord mesure une durée T_0 dans le référentiel du satellite, la durée T correspondante dans le référentiel terrestre (

$$T = \frac{T_0}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}}$$

La différence est négligeable pour la plupart des phénomènes de la vie courante, sauf si la précision recherchée est très grande.
Le système GPS nécessite une précision extrême. Il fonctionne grâce à plusieurs satellites dont la vitesse dans le référentiel terrestre est de $v = 3\,870\ m.s^{-1}$.
La célérité de la lumière dans le vide est $c = 299\,792\,458\ m.s^{-1}$.

3.2. Documents

a) Expliquer pourquoi le phénomène est appelé dilatation du temps.

La durée mesurée dans le référentiel terrestre étant supérieure à la durée dans le satellite, tout se passe comme si le temps s'écoulait moins vite, d'où l'image de dilatation du temps.

b) L'horloge embarquée du satellite mesure une durée T_0 égale à une seconde exactement.
La durée correspondante mesurée sur la Terre est notée T.
Calculer la valeur de $T-T_0$ sans tenir compte des chiffres significatifs.

Le calcul précis donne :

$$T - T_0 = \frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{3870}{299\ 792\ 458}\right)^2}} - 1 = 8{,}332.10^{-11}\ \text{s}$$

c) Quel serait l'écart de durée au bout d'un jour ?

Au bout d'un jour, l'écart est égal à :

$$8{,}332.10^{-11} \times 24 \times 3\,600 = 7{,}199.10^{-6}\ \text{s}$$

soit 7,199 µs

d) Quel est l'écart de distance parcourue par la lumière au bout d'une seconde ?
Au bout d'une journée ?
Expliquer alors pourquoi les systèmes GPS sont équipés d'un système de correction d'horloges.

La vitesse de la lumière étant égale à c, l'écart de distance vaut c $(T - T_0)$, ce qui donne 2,498 cm au bout d'une seconde seulement ! La correction d'horloge est donc nécessaire pour une localisation précise (jusqu'à 10 cm pour les systèmes les plus perfectionnés). Au bout d'une journée, l'écart de distance dépasse deux kilomètres : il vaut 2,158 km.

e) Les horloges des satellites GPS sont des horloges au césium. Une seconde est la durée de 9 192 631 770 périodes d'une radiation donnée du césium.
Montrer que la différence entre la seconde à bord du satellite et la durée correspondante sur Terre est significative avec une telle précision, ce qui justifie l'emploi de telles horloges.

La période d'une radiation de césium est :
$T_{\text{césium}}$= 1/9 192 631 770=1,087 827 757.10^{-10} s.
Comme $T-T_0=8{,}332.10^{-11}$ s est du même ordre de grandeur, la différence est significative avec une telle précision : l'écart entre les deux durées sera supérieur à la précision de l'horloge au bout de quelques secondes.

f) En vous appuyant sur un exemple numérique, montrer que la dilatation du temps est négligeable dans la vie courante.

L'écart entre T_0 et T est d'autant plus grand que la vitesse est grande, mais dans la vie courante, les vitesses sont très faibles devant la vitesse de la lumière, si bien que l'écart est totalement négligeable.
Par exemple, pour le TGV roulant à 360 km.h^{-1} , soit 100 m.s^{-1}, l'écart est :

$$T - T_0 = \frac{2 \times 3\,600}{\sqrt{1-\left(\frac{100}{299\ 792\ 458}\right)^2}} - 2 \times 3\,600 = 4.10^{-10}\text{s.}$$

Sur un trajet de deux heures (de Paris à Lyon, par exemple), cette durée est négligeable.

Commentaires

• Le système GPS subit aussi une correction de relativité générale, puisque le champ de gravité est différent entre le satellite et le sol.

• La relativité est connue de tous les élèves avec la
fameuse formule $E=mc^2$
. Ils en ont souvent l'idée d'une théorie très complexe. L'intérêt de présenter le GPS est de montrer que cette théorie est quasiment
utilisée de nos jours par chacun d'entre nous !

• Pour la question a. le calcul de T –T0 doit être effectué en une fois à la calculatrice : il ne faut pas calculer T, recopier la valeur, puis soustraire T0 .

4. MODELISER LA DILATATION DU TEMPS **Bordas p219**

La modélisation mathématique de la dilatation du temps permet au physicien de définir le domaine d'influence de ce phénomène.

4.1. Principe

L'intervalle de temps entre deux événements se produisant en un même lieu s'appelle durée propre et se note Δt_p. Pour 1 observateur en mouvement uniforme de translation, ces deux événements ne se produisent plus en un même lieu.
La durée mesurée Δt_m entre ces deux événements est alors différente de leur durée propre Δt_P. C'est la conséquence directe du phénomène de dilatation du temps pour un observateur en mouvement.

Dans la vie courante, l'effet de cette dilatation n'est pas perceptible : en effet, pour des vitesses de déplacement habituelles, et en l'absence d'une volonté de précision extrême, l'écart entre les durées Δt_m et Δt_p et est négligeable.

Les outils mathématiques dont dispose le physicien permettent de déterminer une relation simple entre la durée mesurée Δt_m et la durée propre Δt_p.

4.2. Mise en œuvre

Pour la situation d'étude, on considère le parcours de la lumière dans le cas d'un tir laser utilisé pour déterminer la distance Terre-Lune, tel qu'observé :

- Par une personne placée sur Terre d'une part (Fig. 2 a) ;

- Par une personne embarquée à bord d'une navette spatiale d'autre part (Fig. 2 b).

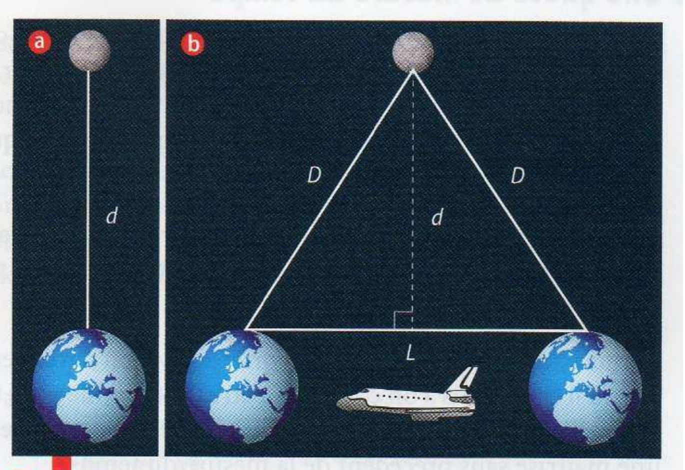


Fig. 2 Modélisation de la situation.

4.3. Exploitation

a) On se place dans le cas de l'observateur terrestre.

a1) Exprimer, en fonction de la distance d, la distance parcourue par la lumière laser pour effectuer un aller-retour Terre-Lune.

Pour faire un aller-retour Terre-Lune, la distance parcourue par la lumière laser est 2d.

a2) En déduire l'expression de la durée propre Δt_p mise par le rayon laser pour effectuer l'aller-retour Terre-Lune, en fonction de la distance d et de la vitesse de la lumière c.

$c = 2d/\Delta t_p$ donc $\Delta t_p = 2d/c$

b) On se place maintenant dans le cas de l'observateur embarqué dans la navette spatiale, qui se déplace à une vitesse v.

b1) Donner l'expression de la durée mesurée Δt_m mise par la lumière laser pour effectuer l'aller-retour Terre-Lune en fonction de la distance D et de la vitesse de la lumière c.

La distance parcourue par la lumière laser pour faire l'aller-retour Terre-Lune est de 2D.

On en déduit la durée mesurée Δt_m mise par le rayon laser pour faire l'aller-retour Terre-Lune :

$c = 2D/\Delta t_m$ donc $\Delta t_m = 2D/c$

b2) Exprimer la durée mesurée Δt_m en fonction de la distance L et de la vitesse v du vaisseau spatial.

Δt_m est la durée que met le vaisseau spatial pour parcourir la distance L à la vitesse v.

$v = L/\Delta t_m$ donc $\Delta t_m = L/v$.

c) En utilisant le théorème de Pythagore, établir une relation entre D, d et L

En utilisant le théorème de Pythagore on peut écrire :

$D^2 = d^2 + (L/2)^2$

d) En déduire une relation entre Δt_p, Δt_m, c et v.

$D = \Delta t_m . c/2$

$d = \Delta t_p . c/2$

$L = \Delta t_m . v$

Donc $(\Delta t_m . c/2)^2 = (\Delta t_p . c/2)^2 + (\Delta t_m . v/2)^2$

$(\Delta t_m . c)^2 = (\Delta t_p . c)^2 + (\Delta t_m . v)^2$

$\Delta t_m^2 . (c^2 - v)^2 = (\Delta t_p . c)^2$

$\Delta t_m^2 . (1 - (v/c)^2) = \Delta t_p^2$

e) Montrer que la durée mesurée est reliée à la durée propre par la relation : $\Delta t_m = \gamma . \Delta t_p$

où $$\boxed{\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}}}$$

γ est appelé « coefficient de Lorentz ».

$\Delta t_m^2 . (1 - (v/c)^2) = \Delta t_p^2$

donc $\Delta t_m = 1/(1 - (v/c)^2)^{1/2} . \Delta t_p$

donc $\Delta t_m = \gamma . \Delta t_p$

avec γ facteur de Lorentz $\gamma = 1/(1 - (v/c)^2)^{1/2}$ càd $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-(\frac{v}{c})^2}}$ CQFD

f) En admettant que la vitesse de lumière dans le vide est une vitesse limite, mettre en évidence la dilatation des durées pour un observateur en mouvement.

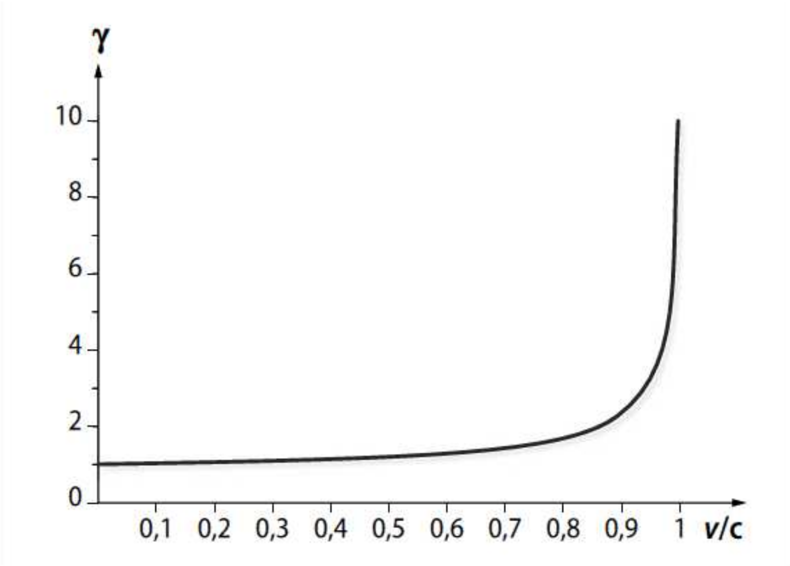
En admettant que la vitesse de la lumière dans le vide est une vitesse limite

$\gamma = 1/(1 - (v/c)^2)^{1/2} \geqslant 1$

Donc $\Delta t_m \geqslant \Delta t_p$, ce qui met en évidence la dilatation des durées pour un observateur en mouvement.

g) À l'aide d'un tableur-grapheur ou d'une calculatrice, représenter l'évolution de γ en fonction de $\frac{v}{c}$.

A l'aide d'un tableur grapheur ou d'une calculette, on peut représenter l'évolution du facteur de Lorentz γ en fonction de (v/c) :



h) Montrer que la dilation du temps est :

- notable, dès que v atteint une vitesse de l'ordre du vingtième de celle de la lumière ;

- colossale, si v se rapproche de la vitesse de la lumière

D'après la représentation graphique précédente :

- **Quand v atteint une vitesse de l'ordre de l'ordre de 1/20ème de celle de la lumière, (v/c) =0,2 alors $\gamma > 1$ donc la dilatation du temps est notable.**
- **Quand v se rapproche de la vitesse de la lumière c, (v/c) tend vers 1, γ tend vers l'infini, donc la dilatation du temps est colossale.**