

Partie Comprendre : Lois et modèles

CHAP 07-EXOS Travail et énergie

Exercices résolus p 195 à 197 N° 1 à 4

Exercices p 198 à 205 N°15-21-22-23-24-26-27

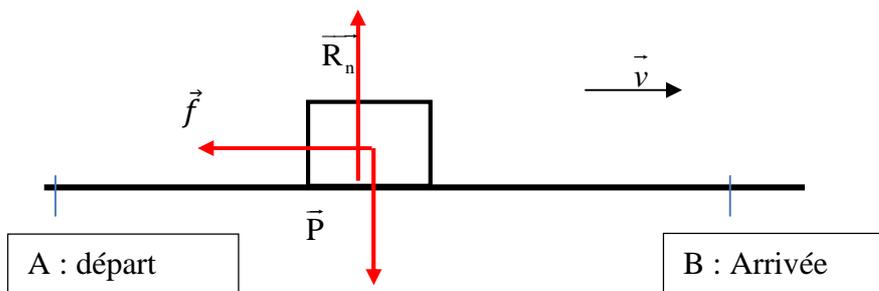
15 Utiliser les transferts d'énergie pour calculer la valeur d'une force



Un véhicule de masse $m = 1000 \text{ kg}$ est en mouvement sur une route horizontale et rectiligne à la vitesse de valeur $v = 83,5 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$.

Sous l'action exclusive de son système de freinage, le véhicule s'arrête en $50,0 \text{ m}$.

1. Donner l'expression de la variation d'énergie mécanique pendant le freinage en fonction de m et de v .
2. Calculer la valeur de la force de freinage \vec{f} , considérée constante et parallèle au déplacement pendant tout le freinage.



1. Expression de la variation de l'énergie mécanique

On a $\Delta E_m = \Delta E_c + \Delta E_{pp}$

$$\Delta E_m = \Delta E_c + 0$$

$$\Delta E_m = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_f^2 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_i^2$$

$$\Delta E_m = \frac{1}{2} \cdot m \cdot 0^2 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_i^2$$

$$\Delta E_m = -\frac{1}{2} \cdot m \cdot v_i^2$$

2. Calcul de f:

On a :

$$\Delta E_m = W(\vec{f})$$

$$\Delta E_m = f \cdot AB \cdot \cos(\widehat{AB, f})$$

$$\Delta E_m = f \cdot AB \cdot \cos(180)$$

$$\Delta E_m = -f \cdot AB$$

$$-\frac{1}{2} \cdot m \cdot v_i^2 = -f \cdot AB$$

$$\frac{m \cdot v_i^2}{2 \cdot AB} = f$$

A.N.

$$f = \frac{m \cdot v_i^2}{2 \cdot AB} = \frac{1000 \cdot \left(\frac{83,5}{3,6}\right)^2}{2 \cdot 50} = 5,38 \cdot 10^3 \text{ N}$$

21 Bac Le toboggan aquatique



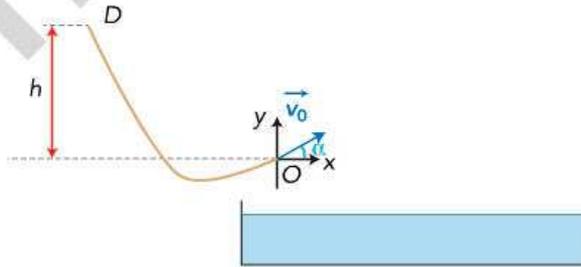
COMPÉTENCES Calculer ; argumenter.

Un enfant glisse le long d'un toboggan de plage. On étudie son mouvement dans un référentiel terrestre supposé galiléen.

Dans l'exercice, l'enfant sera assimilé à un point matériel noté G et on négligera tout type de frottement, ainsi que toutes les actions dues à l'air.

Ce toboggan est constitué par :

- une piste DO qui permet à l'enfant partant de D sans vitesse initiale d'atteindre le point O avec une vitesse \vec{v}_0 faisant un angle α avec l'horizontale ;
- une piscine de réception.



Données : masse de l'enfant $m = 35 \text{ kg}$;
intensité de la pesanteur $g = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$;
dénivellation $h = 5,0 \text{ m}$.

On choisit l'altitude du point O comme référence pour l'énergie potentielle de pesanteur.

1. Donner l'expression de l'énergie potentielle de pesanteur $\mathcal{E}_{pp}(D)$ de l'enfant au point D .
2. Donner l'expression de l'énergie mécanique $\mathcal{E}_m(D)$ de l'enfant au point D . Justifier.

1. Expression de $E_{pp}(D)$

$$E_{pp}(D) = m \cdot g \cdot h$$

2. Expression de $E_m(D)$

$$E_m(D) = E_c(D) + E_{pp}(D)$$

$$E_m(D) = 0 + E_{pp}(D) = m \cdot g \cdot h$$

3. Expression de $E_m(O)$

$$E_m(O) = E_c(O) + E_{pp}(O)$$

$$E_m(O) = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_0^2 + 0$$

4. Calcul de v_0

Comme il n'y a pas de frottement, la variation de l' E_m se conserve entre D et O donc

$$\Delta E_m = \Delta E_c + \Delta E_{pp} = 0$$

3. Donner l'expression de l'énergie mécanique $\mathcal{E}_m(O)$ de l'enfant au point O .

4. a. En déduire l'expression de la valeur v_0 de la vitesse en justifiant le raisonnement.

b. Calculer la valeur v_0 de la vitesse de l'enfant en O .

5. a. En réalité, la vitesse en ce point est nettement inférieure et vaut $6,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

Comment peut-on expliquer cette différence ?

b. Calculer le travail des forces de frottement le long du trajet DO .

Aide au calcul :

$$35 \times 32 \approx 1,1 \times 10^3; \quad 35 \times 36 \approx 1,3 \times 10^3;$$

$$35 \times 68 \approx 2,4 \times 10^3.$$

$$E_m(O) - E_m(D) = 0$$

$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot v_0^2 - m \cdot g \cdot h = 0$$

$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot v_0^2 = m \cdot g \cdot h$$

$$\frac{1}{2} \cdot v_0^2 = g \cdot h$$

$$v_0 = \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$$

b. Calcul de v_0

$$v_0 = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 5} = \sqrt{100} = \underline{10 \text{ m.s}^{-1}}$$

5.a. Existence de forces de frottements

b. Calcul des forces de frottements entre D et O

$$\Delta E_m = W(\vec{f})$$

$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot v_0^2 - m \cdot g \cdot h = W(\vec{f})$$

$$W(\vec{f}) = \frac{1}{2} \cdot 35 \cdot 6^2 - 35 \cdot 10 \cdot 5$$

$$W(\vec{f}) = \frac{1}{2} \cdot 35 \cdot 36 - 35 \cdot 10 \cdot 5$$

$$W(\vec{f}) = \frac{1}{2} \cdot 1,3 \cdot 10^3 - 350 \cdot \frac{10}{2}$$

$$W(\vec{f}) = \frac{1}{2} \cdot 1,3 \cdot 10^3 - 350 \cdot \frac{10}{2}$$

$$W(\vec{f}) = 0,65 \cdot 10^3 - \frac{3500}{2}$$

$$W(\vec{f}) = 0,65 \cdot 10^3 - 1750$$

$$W(\vec{f}) = 650 - 1750$$

$$W(\vec{f}) = 650 - 1750$$

$$W(\vec{f}) = 600 - 1700$$

$$\underline{W(\vec{f}) = -1100 \text{ J}}$$

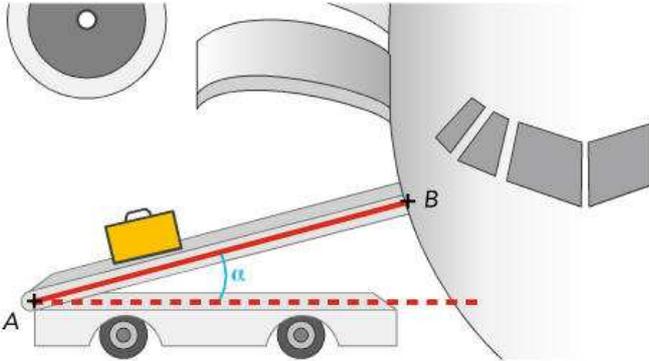
Le signe moins montre que le travail est résistant

22 Le chargement des bagages



COMPÉTENCES Raisonner ; calculer.

Un tapis roulant de longueur $\ell = AB = 5,0$ m est utilisé pour charger des bagages dans la soute d'un avion. Le tapis est incliné d'un angle $\alpha = 15^\circ$ par rapport à l'horizontale. Une valise de masse $m = 20$ kg, assimilée à un point matériel, est entraînée sur ce tapis avec une vitesse de valeur v constante.



1. Faire l'inventaire des forces appliquées à la valise. La force motrice, notée \vec{f} , exercée par le tapis sur la valise sera considérée constante. Schématiser la situation en représentant les différentes forces.
2. L'énergie mécanique de la valise se conserve-t-elle au cours du mouvement ? Justifier.

3. Que peut-on dire du signe de la variation de l'énergie mécanique au cours du mouvement ?

4. a. Montrer qu'au cours du déplacement rectiligne \overrightarrow{AB} de la valise le travail de la force \vec{f} s'écrit :

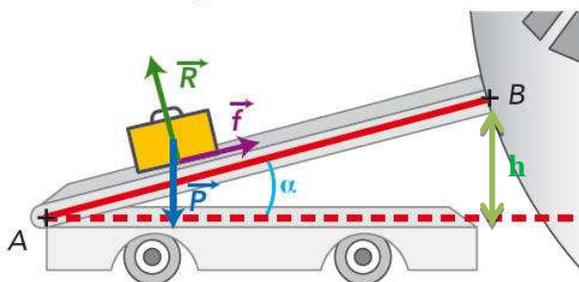
$$W_{AB}(\vec{f}) = m \cdot g \cdot \ell \cdot \sin \alpha$$

b. Calculer la valeur de \vec{f} .

Données :

$$g = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}; \quad \sin \alpha = 0,26.$$

1. Inventaire des forces



La valise est soumise à deux forces qui

Réf : Terrestre supposé Galiléen

Syst : {La valise}

Forces :

Poids \vec{P} ,

Réaction normal du support \vec{Rn}

force motrice du tapis \vec{f}

Réf de l'énergie potentielle : en A

2. La valise est soumise à deux forces qui travaillent :

le poids, qui est une force conservative, et la force motrice \vec{f} , qui est une force non conservative. Son énergie mécanique ne se conserve donc pas au cours du mouvement.

3. L'énergie mécanique ne se conserve pas ; sa variation au cours du mouvement de la valise est égale au travail de la force non conservative :

$$\Delta E_m = W(\vec{f}) = f \cdot AB \cdot \cos(\widehat{AB, \vec{f}})$$

$$\Delta E_m = f \cdot AB \cdot \cos(0)$$

$$\Delta E_m = +f \cdot AB$$

La force \vec{f} a une direction parallèle au déplacement

et de même sens ; son travail est donc moteur : la variation d'énergie mécanique est positive.

4.a. Calcul de $W(\vec{f})$ Energie mécanique en A :

$$E_m(A) = E_c(A) + E_{pp}(A)$$

$$E_m(A) = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 + 0$$

Energie mécanique en B :

$$E_m(B) = E_c(B) + E_{pp}(B)$$

$$E_m(B) = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 + m \cdot g \cdot h$$

Variation d'énergie mécanique entre A et B:

$$E_m(B) - E_m(A) = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 + m \cdot g \cdot h - \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 + 0$$

$$W(\vec{f}) = + m \cdot g \cdot h$$

Or :

$$\sin \alpha = \frac{h}{l}$$

$$h = l \cdot \sin \alpha$$

$$W(\vec{f}) = + m \cdot g \cdot l \cdot \sin \alpha$$

CQFD

b. Calcul de \vec{f}

$$W(\vec{f}) = + m \cdot g \cdot l \cdot \sin \alpha$$

$$f \cdot l = m \cdot g \cdot l \cdot \sin \alpha$$

$$f = m \cdot g \cdot \sin \alpha$$

$$f = 20 \cdot 10 \cdot \sin 15 = 52 \text{ N}$$

23 Accélération d'une particule α

COMPÉTENCES Calculer ; raisonner.



Une particule α (noyau d'hélium), produite par une source radioactive, est émise au voisinage d'un point A. La valeur de sa vitesse en A est négligeable devant celle qu'elle peut atteindre en B.

Entre les points A et B règne un champ électrostatique uniforme qui permet l'accélération de la particule. Le poids et les frottements sont négligeables lors de ce mouvement.

1. Quelle est la charge q_α de la particule α ?
2. Établir l'expression du travail de la force électrostatique s'appliquant sur la particule α se déplaçant entre A et B. Exprimer ce travail en fonction q_α , V_A et V_B . (V_A et V_B sont les potentiels respectifs aux points A et B.)
3. En déduire l'expression de la variation d'énergie potentielle électrique entre A et B.
4. L'énergie mécanique se conserve-t-elle ? Justifier.
5. a. À partir des réponses précédentes, exprimer la différence de potentiel $V_A - V_B$ en fonction de v_B , m_α et q_α .
b. Calculer cette valeur sachant que la vitesse en B a pour valeur $v_B = 1,00 \times 10^3 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$.

Données : $e = 1,60 \times 10^{-19} \text{ C}$; $m_\alpha = 6,70 \times 10^{-27} \text{ kg}$.

➔ Voir, si nécessaire, l'exercice résolu 4, p. 197.

1. Le noyau d'hélium porte deux charges positives, soit : $q_\alpha = 2e$

${}^4_2\text{He}$

2. Expression du travail :

$$W_{A \rightarrow B}(\vec{F}) = q \cdot U_{AB} = q \cdot (V_A - V_B)$$

3. Variation d'énergie potentiel électrique

Energie potentielle électrique

L'énergie potentielle électrique d'une particule de charge q en un point de potentiel V est égale à :

$$E_{pé} = q \cdot V$$

Variation d'énergie potentielle

La variation d'énergie potentielle d'un système se déplaçant d'un point A à un point B est égale à l'opposé du travail effectué par les forces conservatives de somme \vec{F} qui s'exercent sur ce système :

$$\Delta E_p = E_p(B) - E_p(A) = - \sum W_{A \rightarrow B}(\vec{F})$$

$$\Delta E_{pé} = E_{pé}(B) - E_{pé}(A) = q \cdot (V_A - V_B)$$

4. On étudie le système {particule} dans le référentiel terrestre.

La seule force qui s'applique au système est la force électrostatique.

Cette force est conservative, donc l'énergie mécanique se conserve entre A et B.

5. a. Expression de la DDP**Variation d'énergie mécanique entre A et B:**

$$Em(B) - Em(A) = 0 \text{ cf 4.}$$

$$Em(B) = Em(A)$$

$$Ec(B) + Epé(B) = Ec(A) + Epé(A)$$

$$Ec(B) + Epé(B) = Ec(A) + Epé(A)$$

$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot v_B^2 + q \cdot V_B = 0 + q \cdot V_A$$

$$q \cdot (V_B - V_A) = -\frac{1}{2} \cdot m \cdot v_B^2$$

$$V_B - V_A = -\frac{1}{2 \cdot q} \cdot m \cdot v_B^2$$

$$V_A - V_B = \frac{1}{2 \cdot q} \cdot m \cdot v_B^2$$

5.b. Calcul

$$V_A - V_B = \frac{1}{2 \cdot 2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}} \cdot 6,7 \cdot 10^{-27} \cdot (1 \cdot 10^3 \cdot 1000)^2$$

$$V_A - V_B = 1,05 \cdot 10^4 \text{ V}$$

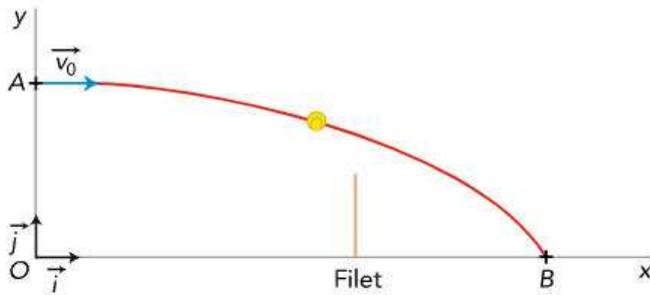
24 Bac Service au tennis

COMPÉTENCES Calculer ; argumenter.

Lors d'un match de tennis, un joueur placé en O effectue un service.

Il lance la balle verticalement et la frappe avec sa raquette en un point A , situé sur la verticale de O à la hauteur $H = 2,20$ m au-dessus du sol.

La balle part alors de A avec une vitesse de valeur $v_0 = 126 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$, horizontale comme le montre le schéma ci-dessous.



La balle, de masse $m = 58,0$ g, est considérée ponctuelle. On fait l'hypothèse que l'action de l'air sur la balle est négligée par rapport aux autres actions.

1. a. À quelle(s) force(s) la balle est-elle soumise entre l'instant où elle quitte la raquette et l'instant où elle touche le sol?
- b. Ces forces sont-elles conservatives?
2. Donner les expressions de l'énergie mécanique \mathcal{E}_m de la balle en A et en B en fonction de m , g , v_0 , v_B et H .

3. Quelle relation existe-t-il entre ces deux énergies? Justifier.

4. a. Montrer que l'expression de la valeur de la vitesse v_B de la balle lorsqu'elle touche le sol s'écrit :

$$v_B = \sqrt{v_0^2 + 2 \cdot g \cdot H}$$

- b. Calculer cette valeur.
- c. En réalité, on mesure une valeur de la vitesse en B de $120 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$. Justifier cette différence.

1.a. Il y a juste le poids

b. Le poids est une force conservative

2. Expression des énergies

Energie mécanique en A :

$$E_m(A) = E_c(A) + E_{pp}(A)$$

$$E_m(A) = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_0^2 + m \cdot g \cdot H$$

Energie mécanique en B :

$$E_m(B) = E_c(B) + E_{pp}(B)$$

$$E_m(B) = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_B^2 + 0$$

3. Relation

Comme les forces sont conservatives la variation d'énergie mécanique entre A et B est nulle donc :

$$\Delta E_m = E_m(B) - E_m(A) = 0$$

$$E_m(B) = E_m(A)$$

4. Expression de la vitesse

$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot v_B^2 + 0 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_0^2 + m \cdot g \cdot H$$

$$\frac{1}{2} \cdot v_B^2 = \frac{1}{2} \cdot v_0^2 + g \cdot H$$

$$v_B^2 = v_0^2 + 2 \cdot g \cdot H$$

$$v_B = \sqrt{v_0^2 + 2 \cdot g \cdot H}$$

CQFD

b. A.N.

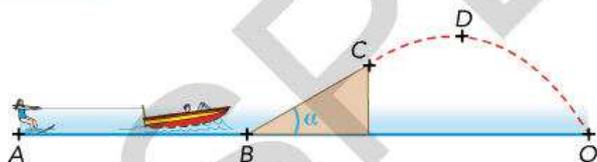
$$v_B = \sqrt{\left(\frac{126}{3,6}\right)^2 + 2 \cdot 10 \cdot 2,20}$$

$$v_B = 35,6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} = 35,6 \cdot 3,6 = 128 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$$

c. La vitesse est beaucoup plus faible, les frottements ne sont donc pas négligés.

26 Épreuve du saut nautique

COMPÉTENCES Calculer ; raisonner.



Une skieuse de masse m , assimilée à un point matériel est tractée par un bateau à l'aide d'une corde parallèle à la surface de l'eau. Elle part d'un point A sans vitesse initiale et arrive en B où elle lâche la corde avec une vitesse de $57,0 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$.

Elle passe sur un tremplin BC, incliné d'un angle α par rapport à la surface de l'eau. Elle arrive jusqu'au point C, effectue un saut et retombe en O.

Le long du trajet AB, la force de traction \vec{T} de la corde est constante et l'ensemble des forces de frottements est équivalent à une force unique constante \vec{f} .

Sur le reste du trajet, les frottements seront considérés comme négligeables par rapport aux autres forces.

Données : $m = 60,0 \text{ kg}$; $AB = 200 \text{ m}$; $BC = 6,40 \text{ m}$; $f = 150 \text{ N}$; $\alpha = 14,0^\circ$.

1. Faire le bilan des forces s'exerçant sur la skieuse au cours des trajets AB et BC. Les représenter sur un schéma.

2. Donner les expressions littérales des travaux des forces s'exerçant sur la skieuse aux cours des trajets AB et BC.

3. La force de traction est qualifiée de non conservative. Qu'est-ce que cela signifie ?

4. a. Que peut-on dire de l'évolution de l'énergie mécanique le long du trajet AB ?

b. En déduire l'expression de la valeur T de la force de traction le long du trajet AB. Calculer sa valeur.

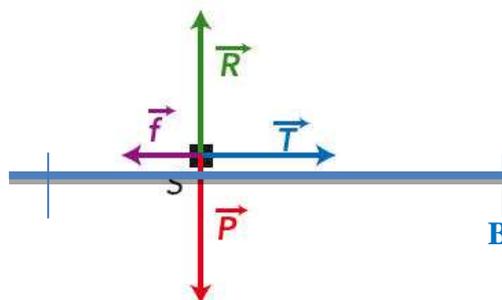
5. a. Que peut-on dire de l'évolution de l'énergie mécanique le long du trajet BC ?

b. En déduire l'expression de la vitesse v_C au point C. Calculer sa valeur.

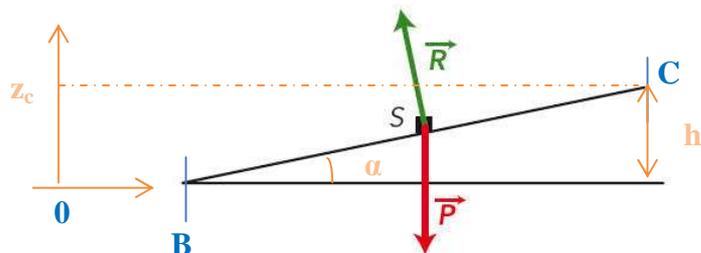
6. La skieuse parvient au point D avec une vitesse de valeur $v_D = 51 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$. Déterminer l'altitude atteinte par la skieuse au sommet D de sa trajectoire.

1. Au cours du trajet AB, la skieuse S est soumise à son poids, \vec{P} , à la réaction normale de la surface de l'eau, \vec{R} , à la force de traction, \vec{T} , et la force de frottements, \vec{f} .

A



Au cours du trajet BC, la skieuse S est soumise à son poids et à la réaction du tremplin dont la direction est perpendiculaire au déplacement.



2. Expression du travail des forces sur le trajet AB :**Travail du poids \vec{P} :**

$$W_{A \rightarrow B}(\vec{P}) = m \cdot g(z_A - z_B) = 0$$

Travail de \vec{R} :

$$W_{A \rightarrow B}(\vec{R}) = R \cdot AB \cdot \cos(\widehat{AB, R}) = R \cdot AB \cdot \cos(90) = 0$$

Travail de \vec{T} :

$$W_{A \rightarrow B}(\vec{T}) = T \cdot AB \cdot \cos(\widehat{AB, T}) = T \cdot AB \cdot \cos(0) = T \cdot AB.$$

Travail de \vec{f} :

$$W_{A \rightarrow B}(\vec{f}) = f \cdot AB \cdot \cos(\widehat{AB, f}) = f \cdot AB \cdot \cos(180) = -f \cdot AB$$

Expression du travail des forces sur le trajet BC :**Travail de \vec{R} :**

$$W_{B \rightarrow C}(\vec{R}) = R \cdot BC \cdot \cos(\widehat{BC, R}) = R \cdot BC \cdot \cos(90) = 0$$

Travail du poids \vec{P} :

$$W_{B \rightarrow C}(\vec{P}) = m \cdot g(z_B - z_C) = m \cdot g(0 - h)$$

$$W_{B \rightarrow C}(\vec{P}) = m \cdot g(z_B - z_C) = -m \cdot g \cdot h$$

Or $h = BC \cdot \sin(\alpha)$

$$W_{B \rightarrow C}(\vec{P}) = -m \cdot g \cdot BC \cdot \sin(\alpha)$$

3. La force de traction est non conservative ; cela signifie que le travail de cette force dépend du chemin suivi.

4. a. La skieuse étant soumise à des forces non conservatives, entre A et B, l'énergie mécanique ne se conserve pas :

b. Expression de T sur AB :

Comme l'énergie mécanique est non conservative,

La variation d'énergie mécanique ΔE_m au cours du mouvement est = à la somme des travaux des forces non conservatives :

$$\Delta E_m = \sum W(\vec{f}) = W_{A \rightarrow B}(\vec{f}) + W_{A \rightarrow B}(\vec{T})$$

$$E_m(B) - E_m(A) = W_{A \rightarrow B}(\vec{f}) + W_{A \rightarrow B}(\vec{T})$$

$$E_c(B) + E_{pp}(B) - (E_c(A) + E_{pp}(A)) = W_{A \rightarrow B}(\vec{f}) + W_{A \rightarrow B}(\vec{T})$$

$$E_c(B) + 0 - (E_c(A) + 0) = W_{A \rightarrow B}(\vec{f}) + W_{A \rightarrow B}(\vec{T})$$

$$E_c(B) + 0 - (E_c(A) + 0) = T \cdot AB - f \cdot AB$$

$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot v_B^2 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_A^2 = T \cdot AB - f \cdot AB$$

$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot v_B^2 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot 0^2 = T \cdot AB - f \cdot AB$$

$$\frac{\frac{1}{2} \cdot m \cdot v_B^2 + f \cdot AB}{AB} = T$$

A.N.

$$T = \frac{\frac{1}{2} \cdot 60 \cdot \left(\frac{57}{3,6}\right)^2 + 150 \cdot 200}{200} = 188 \text{ N}$$

5.a. Le long du trajet BC, la skieuse est soumise uniquement à une force conservative, son poids ; son énergie mécanique se conserve.

5.b. Expression de v_c :

Comme l'énergie mécanique est conservative,

$$\Delta E_m = 0$$

$$E_m(C) - E_m(B) = 0$$

$$E_c(C) + E_{pp}(C) - (E_c(B) + E_{pp}(B)) = 0$$

$$E_c(C) + E_{pp}(C) - (E_c(B) + 0) = 0$$

$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot v_C^2 + m \cdot g \cdot z_C - \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_B^2 = 0$$

$$\frac{1}{2} \cdot v_C^2 + g \cdot z_C - \frac{1}{2} \cdot v_B^2 = 0$$

$$\frac{1}{2} \cdot v_C^2 = -g \cdot z_C + \frac{1}{2} \cdot v_B^2$$

$$v_C^2 = -2 \cdot g \cdot z_C + v_B^2$$

$$v_C = \sqrt{-2 \cdot g \cdot z_C + v_B^2}$$

or

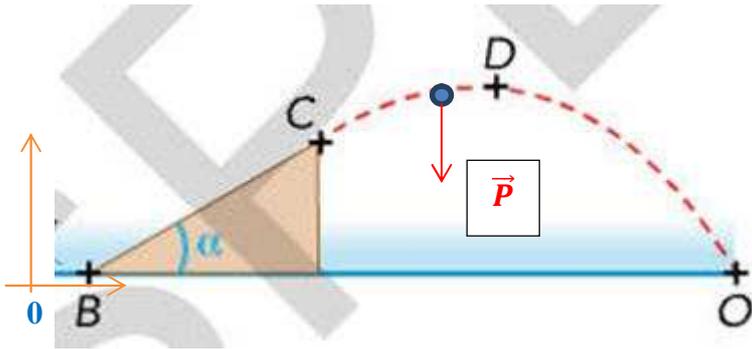
$$z_C = h = BC \cdot \sin(\alpha)$$

$$v_C = \sqrt{-2 \cdot g \cdot BC \cdot \sin(\alpha) + v_B^2}$$

A.N.

$$v_C = \sqrt{-2 \cdot 10 \cdot 6,40 \cdot \sin(14) + \left(\frac{57}{3,6}\right)^2}$$

$$v_C = 14,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} = 53,4 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$$

6. Altitude de D (z_D):

Entre C et D il n'y a plus que le poids qui intervient
On prends l'origine des Ep en B

- On a :

Comme l'énergie mécanique est conservative,

$$\Delta E_m = 0$$

$$E_m(D) - E_m(C) = 0$$

$$E_c(D) + E_{pp}(D) - (E_c(C) + E_{pp}(C)) = 0$$

$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot v_D^2 + m \cdot g \cdot z_D - \left(\frac{1}{2} \cdot m \cdot v_C^2 + m \cdot g \cdot z_C \right) = 0$$

$$\frac{1}{2} \cdot v_D^2 + g \cdot z_D - \frac{1}{2} \cdot v_C^2 - g \cdot z_C = 0$$

or

$$z_C = h = BC \cdot \sin(\alpha)$$

$$\frac{1}{2} \cdot v_D^2 + g \cdot z_D - \frac{1}{2} \cdot v_C^2 - g \cdot BC \cdot \sin(\alpha) = 0$$

$$g \cdot z_D = -\frac{1}{2} \cdot v_D^2 + \frac{1}{2} \cdot v_C^2 + g \cdot BC \cdot \sin(\alpha)$$

$$z_D = \frac{1}{2 \cdot g} (v_C^2 - v_D^2) + BC \cdot \sin(\alpha)$$

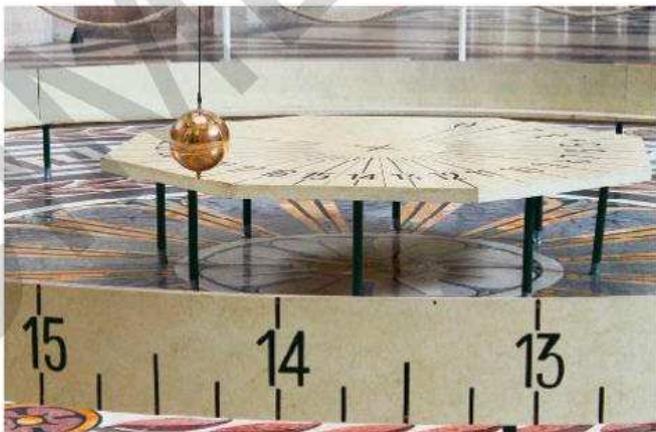
A.N.

$$z_D = \frac{1}{2 \cdot 10} (14,8^2 - \left(\frac{51}{3,6}\right)^2) + 6,40 \cdot \sin(14)$$

$$z_D = 2,47 \text{ m}$$

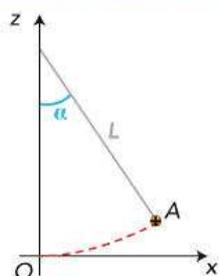
27 Le pendule de Foucault

COMPÉTENCES Argumenter ; calculer.



Situé au centre de la coupole du Panthéon à Paris, le « pendule de Foucault » est composé d'une sphère de masse $m = 28,0$ kg suspendue à l'extrémité d'un fil d'acier d'une longueur $L = 67,0$ m et de masse négligeable.

Le pendule est écarté de sa position d'équilibre d'un angle α , puis abandonné sans vitesse initiale en un point A. On suppose qu'il oscille sans frottement. Le mouvement sera étudié dans un référentiel terrestre sur une durée suffisamment courte pour que le référentiel soit considéré galiléen.



On choisit le point O comme référence pour l'énergie potentielle de pesanteur et la sphère du pendule est assimilée à un point matériel.

1. Faire l'inventaire des forces extérieures exercées sur la sphère. Les représenter sur un schéma.

2. a. Comment évolue l'énergie mécanique de la sphère au cours du temps?

b. Quels transferts d'énergie ont lieu au cours d'une oscillation?

3. a. Donner l'expression de l'énergie mécanique de la sphère lorsqu'elle est en A, en fonction de m , g , α et L .

b. Donner l'expression de l'énergie mécanique de la sphère lorsqu'elle passe en O, en fonction de m et de la valeur v_0 de sa vitesse lorsqu'elle passe en O.

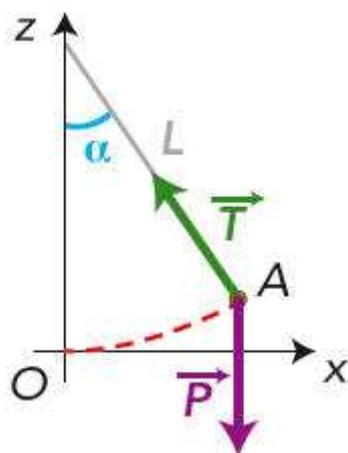
4. À partir des relations précédentes, déterminer l'expression puis la valeur de l'angle dont a été écarté le pendule sachant que $v_0 = 1,17$ m·s⁻¹.

5. @ Quel phénomène FOUCAULT a-t-il mis en évidence en 1851 à l'aide d'un tel pendule?

Donnée : $g = 9,81$ m·s⁻².

1.

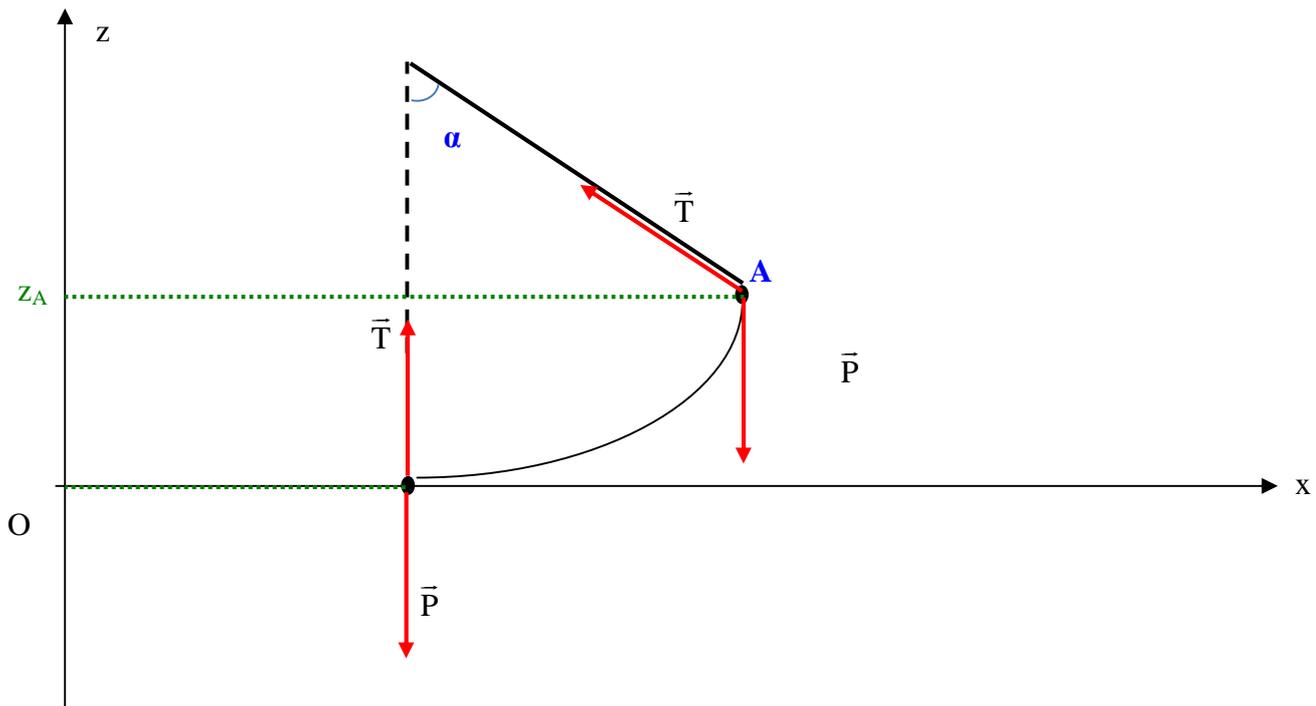
On a le poids \vec{P}
et la tension du fil \vec{T}



2.a. Il n'y a pas de frottements donc son énergie mécanique reste constante au cours du temps.

b. Il y a transfert complet de l'énergie potentielle de pesanteur en énergie cinétique, puis inversement.

3. a. Expression de l'énergie mécanique en A :



$$E_m(A) = E_c(A) + E_{pp}(A)$$

$$E_m(A) = 0 + m \cdot g \cdot z_A$$

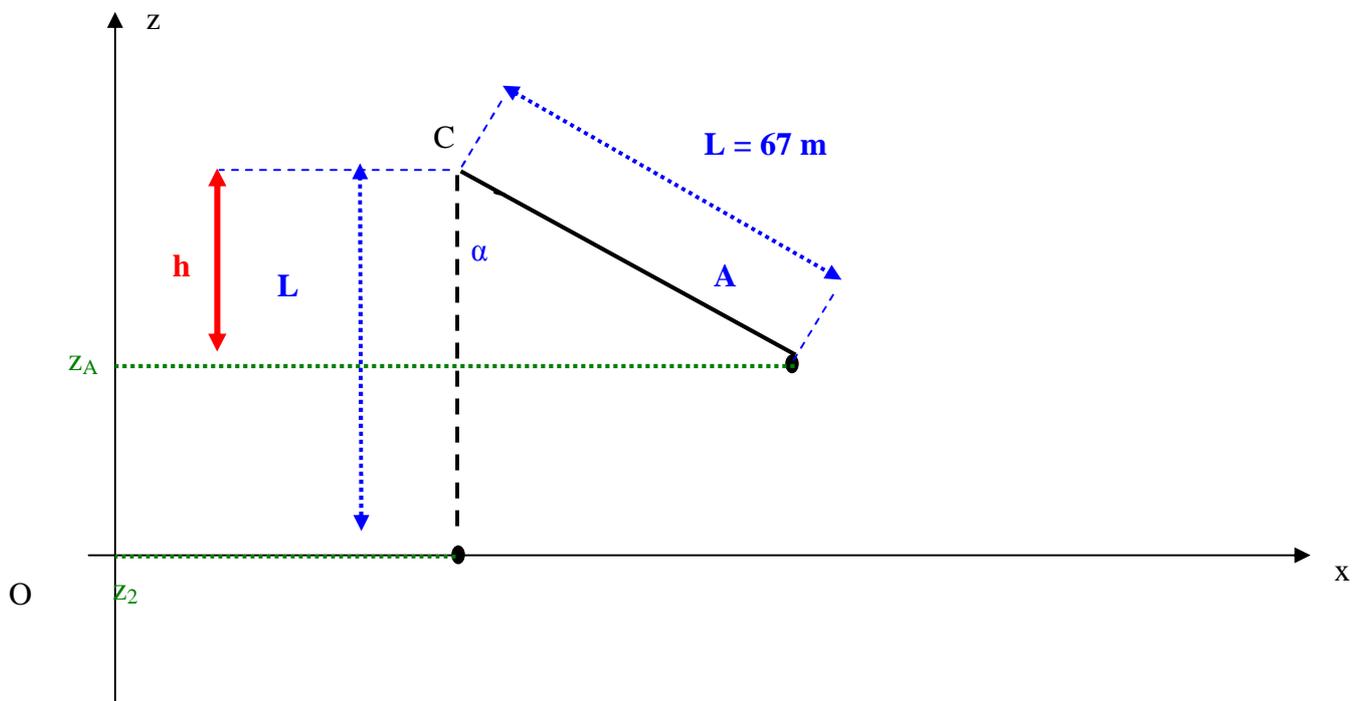
Expression de z_A

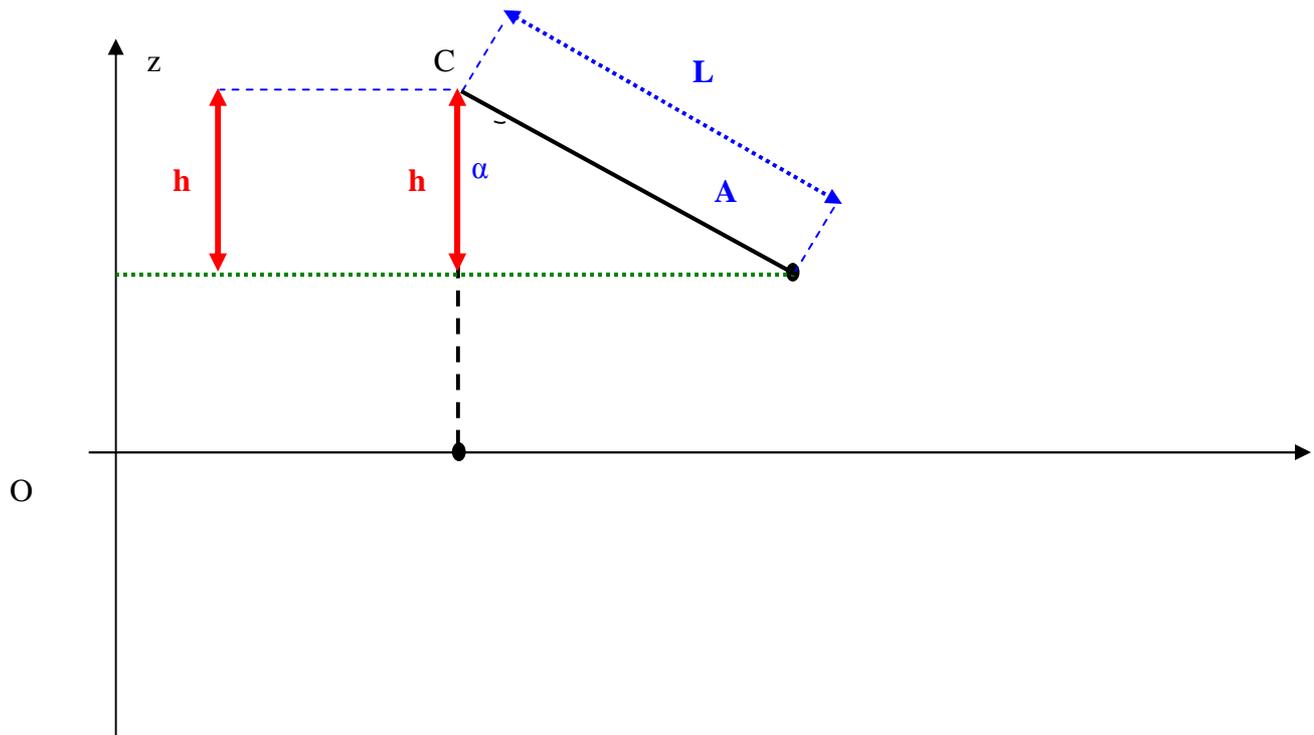
$$z_A = L - h$$

Or :

$$\cos(\alpha) = \frac{h}{L} \quad (2^{\text{ème}} \text{ schéma})$$

$$h = L \cdot \cos(\alpha)$$





D'où :

$$z_A = L - h$$

$$z_A = L - L \cdot \cos(\alpha)$$

$$z_A = L \cdot [1 - \cos(\alpha)]$$

D'où:

$$E_m(A) = 0 + m \cdot g \cdot z_A$$

$$E_m(A) = m \cdot g \cdot L \cdot [1 - \cos(\alpha)]$$

3.b. Expression de l'énergie mécanique en O:

$$E_m(O) = E_c(O) + E_{pp}(O)$$

$$E_m(O) = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_0^2 + 0$$

4. Expression de α

On a

$$\Delta E_m = 0$$

$$E_m(O) - E_m(A) = 0$$

$$E_m(O) = E_m(A)$$

$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot v_0^2 = m \cdot g \cdot L \cdot [1 - \cos(\alpha)]$$

$$\frac{1}{2} \cdot v_0^2 = g \cdot L \cdot [1 - \cos(\alpha)]$$

$$\frac{v_0^2}{2 \cdot g \cdot L} = 1 - \cos(\alpha)$$

$$\frac{v_0^2}{2 \cdot g \cdot L} - 1 = -\cos(\alpha)$$

$$\cos(\alpha) = 1 - \frac{v_0^2}{2 \cdot g \cdot L}$$

A.N.

$$\cos(\alpha) = 1 - \frac{1,17^2}{2 \cdot 10 \cdot 67} = 0,998$$

$$\alpha = 2,67^\circ$$

5. Avec son pendule, Foucault a mis évidence la rotation de la Terre sur elle-même.