

**Objectifs:** Étudier, à partir d'une vidéo et à l'aide d'un logiciel de pointage et d'un tableur-grapheur, l'évolution au cours du temps de la vitesse d'un objet qui tombe verticalement dans un fluide.

Confronter les résultats expérimentaux à une prévision théorique réalisée à l'aide de la méthode d'Euler.

## I ETUDE D'UNE CHUTE VERTICALE AVEC FROTTEMENT

### 1. Simulateur (à réaliser en fin de TP s'il vous avez le temps)

Ouvrir Hatier TS, simulateur "chute avec frottement". Observer la chute d'une bille dans l'huile.

*Données:*

Bille de rayon: 1 cm

Masse volumique de la bille:  $7800 \text{ kg m}^{-3}$

Viscosité de l'huile:  $1,5 \text{ N s m}^{-2}$

Masse volumique de l'huile:  $1260 \text{ kg m}^{-3}$

Prendre une hauteur de chute de 1 m

Dans "affichage", "graphe", sélectionner "vitesse"

- Quels sont les différents régimes observés?

#### a) influence de la masse volumique de la bille sur la vitesse limite EX02

- Déterminer les vitesses limites de chute de billes d'acier, d'aluminium et d'un matériau composite de rayon 1 cm dans du glycérol à  $20^\circ\text{C}$ .
- Comment évolue la vitesse limite d'une bille lorsque sa masse volumique augmente ?

*Données :*

- masse volumique de l'acier :  $7\,800 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$  ;
- masse volumique de l'aluminium :  $2\,700 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$  ;
- masse volumique du matériau composite :  $5\,000 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$  ;
- masse volumique du glycérol :  $1\,260 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$  ;
- viscosité du glycérol à  $20^\circ\text{C}$  :  $1,5 \text{ N} \cdot \text{s} \cdot \text{m}^{-2}$  .

#### b) influence de la viscosité ou de la masse volumique du fluide sur la vitesse limite EX03

- Déterminer les différentes vitesses limites de chute de billes de rayon 8 mm dans du glycérol avec les viscosités suivantes :  $1,4$  ;  $1,7$  ;  $2$  ;  $2,3$  et  $2,6 \text{ N} \cdot \text{s} \cdot \text{m}^{-2}$ . (la viscosité du glycérol varie fortement avec sa température).
- Quelle relation existe-t-il entre la vitesse limite d'une bille et la viscosité du liquide ?

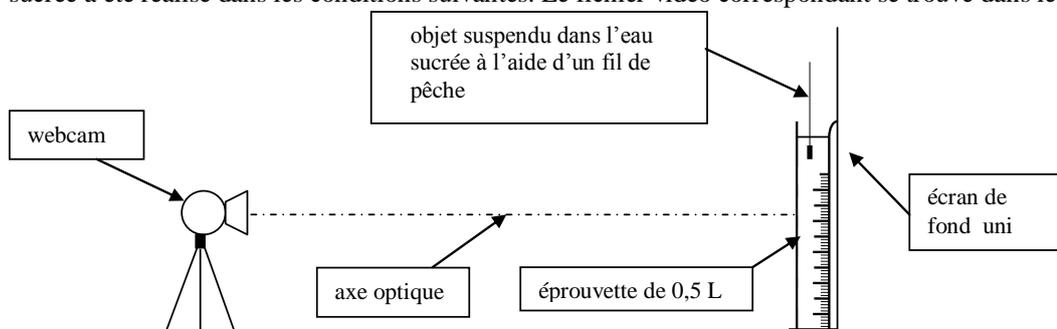
*Données :*

- masse volumique de la bille :  $3\,000 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ ,
- masse volumique du glycérol :  $1\,260 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ .

## 2. Etude expérimentale

### a) Enregistrement vidéo à l'aide d'une Webcam

L'enregistrement vidéo montrant la chute verticale d'un objet lâché sans vitesse initiale dans une éprouvette remplie d'eau sucrée a été réalisé dans les conditions suivantes. Le fichier vidéo correspondant se trouve dans le répertoire de la classe.



Nom du fichier VIDEO	Masse $m$ de l'objet	masse volumique $\rho$ de l'eau sucrée	$\rho \cdot V$ où $V$ est le volume de l'objet	$B = g \cdot (1 - \frac{\rho \cdot V}{m})$
chute frottement.avi	3,15 g	$1,24 \text{ g} \cdot \text{mL}^{-1}$	2,61 g	$1,68 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$

### b) traitement du fichier vidéo par AVIMECA

- Lancer le logiciel « Avimeca », (**Démarrer**\Physique-chimie\Physique\Aviméca)

- **Ouvrir le fichier vidéo précédent**, pour cela suivre les indications ci-dessous

« fichier », « ouvrir clip vidéo », « chute frottement.avi », qui se trouve dans le répertoire :  
Classes\surAgecanonix\Classe de TS3\Echange\PHYSIQUE-CHIMIE\TP Physique

- Visionner la vidéo en totalité puis revenir à la première image
- Agrandir l'image à environ 200%

Cliquer sur  dans la barre de tâche puis choisir 200% et valider

- Cliquer sur l'onglet « Etalonnage » (à droite)

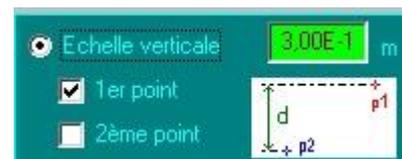
### - Définir l'échelle de l'écran à partir de la toise de longueur 20 cm :

Pour cela, cocher « Echelle verticale » puis « 1er point »

Ensuite, à l'aide de la souris cliquer sur l'extrémité haute de la flèche

Cocher ensuite « 2ème point » puis à l'aide de la souris cliquer sur l'extrémité basse de la flèche

Enfin, entrer la valeur .....E... en mètre correspondant à la longueur de la flèche (20 cm).



### - Définir l'origine et orienté les axes :

Faire défiler les images pour repérer l'image qui précède juste celle où l'objet commence sa chute.

Cette image sera choisie pour débiter le pointage.

Sur cette première image, choisir l'extrémité inférieure de l'objet comme origine des axes, l'axe vertical étant orienté vers le bas.



### - Pointage

Cliquer sur l'onglet « mesure »

Préciser le n° de l'image correspondant à l'origine des dates ( $t = 0$  s au moment où on lâche l'objet), puis pour chaque image cliquer à l'extrémité inférieure de l'objet. Arrêter le pointage juste avant que l'objet touche le fond du récipient.

### c) évolution de la vitesse verticale de l'objet en fonction du temps

- Copier les données expérimentales acquises dans le presse-papier sous forme de tableau puis ouvrir le fichier Excel « chute frottement.xls » contenu dans le répertoire **Classes\$surAgecanonix\Classe de TS3\Echange\PHYSIQUE-CHIMIE\TP Physique** et les coller dans la feuille de calcul « modélisation  $f=kv$  » exactement sous la flèche rouge dans le tableau « copie du pointage ».

- Recopier les colonnes « temps (s) » et « y exp (m) » dans le tableau « résultats expérimentaux » puis, utiliser les fonctionnalités du logiciel pour calculer la vitesse verticale « v exp ( $m s^{-1}$ ) » de l'objet.

La valeur de la vitesse verticale à la date  $t_i$  est confondue avec sa vitesse moyenne entre les dates  $t_{i-1}$  et  $t_{i+1}$  soit :

$$v(t_i) = \frac{y(t_{i+1}) - y(t_{i-1})}{t_{i+1} - t_{i-1}} \quad \text{Rq : la méthode utilisée ne permet pas de calculer ni la première valeur de } v \text{ (à } t = 0 \text{ s) ni la dernière.}$$

- on voit qu'une courbe s'est tracée automatiquement donnant l'évolution au cours du temps de la vitesse calculée à partir des données expérimentales. Estimer la valeur de la vitesse limite  $v_\ell$

## 2. Modélisation

### a) bilan des forces exercées au cours de la chute

- Définir le système étudié, préciser le référentiel et le repère utilisé
- Faire l'inventaire des forces
- Appliquer la deuxième loi de Newton

### b) 1° hypothèse: la force de frottement fluide est du type $f = k v$

( $k$  est un coefficient qui dépend entre autre de la viscosité du liquide)

- montrer que l'équation différentielle du mouvement de la chute verticale de l'objet de masse  $m$  et de volume  $V$  dans un liquide

de masse volumique  $\rho$  est de la forme: 
$$\frac{dv}{dt} + Av = B$$

- exprimer  $A$  et  $B$  en fonction de  $\rho$ ,  $V$ ,  $m$  et  $k$ .
- Exprimer  $A$  en fonction de  $B$  et de la valeur limite  $v_\ell$
- connaissant la valeur de la vitesse limite  $v_\ell$  ( cf I.1.c) et la valeur de  $B = 1,68 m.s^{-2}$  pour la chute étudiée , calculer  $A$

### c) 2° hypothèse: la force de frottement fluide est du type $f = k' v^2$

- montrer que l'équation différentielle du mouvement de la chute verticale de l'objet de masse  $m$  et de volume  $V$  dans un liquide

de masse volumique  $\rho$  est de la forme: 
$$\frac{dv}{dt} + Cv^2 = B$$

- exprimer  $C$  et  $B$  en fonction de  $\rho$ ,  $V$ ,  $m$  et  $k'$
- Exprimer  $C$  en fonction de  $B$  et de la valeur limite  $v_\ell$  . En déduire la valeur de  $C$

## 3. Résolution de l'équation différentielle selon la méthode itérative d'Euler.

Remarquer que dans le 1° cas l'équa dif  $v + \frac{1}{A} \frac{dv}{dt} = \frac{B}{A}$  est de la même forme que

ds un circuit RC:  $uc + RC \frac{duc}{dt} = E$

ou ds un circuit RL:  $i + \frac{L}{R} \frac{di}{dt} = \frac{E}{R}$

et que l'on connaît déjà la solution  $v(t) = v_\ell (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$  avec  $v_\ell = \frac{B}{A}$  et  $\tau = \frac{1}{A} = \frac{m}{k}$

$\tau$  est obtenu expérimentalement comme l'intersection entre l'asymptote et la tangente à l'origine. Mais dans le cas de la 2° hyp on ne sait pas résoudre l'équa dif

a) **rappel sur le principe de la méthode:**

si à la date  $t_i$  On connaît la vitesse  $v_i$ , on peut calculer à partir de l'équation différentielle  $a_i = \left( \frac{dv}{dt} \right)_i = B - Av_i$  (1° hyp)  
 (=  $B - Cv_i^2$  (2° hyp))

puis à la date  $t_{i+1} = t_i + \Delta t$  ( $\Delta t$  étant le pas du calcul) on peut calculer la vitesse  $v_{i+1} = v_i + a_i \Delta t$  etc....

b) **résolution dans le cas de la 1° hypothèse**

- dans le fichier excel "chute frottement" compléter la feuille de calcul « modélisation f=kv » en précisant:
  - les Conditions Initiales  $t_0 = 0$  et  $v_0 = 0$
  - la valeur de  $v_\ell$
  - la valeur du pas  $\Delta t$  choisi
  - les valeurs de  $A$  et  $B$
- Dans le tableau « résultats modélisation », colonne G: temps
  - 1° ligne: la valeur de  $t_0$
  - 2° ligne: formule  $\Leftrightarrow$  à  $t_{i+1} = t_i + \Delta t$
  - lignes suivantes: recopier la formule en la tirant
- Dans la colonne H: vitesse Euler
  - 1° ligne: la valeur de  $v_0$
  - 2° ligne: formule  $\Leftrightarrow$  à  $v_{i+1} = v_i + a_i \Delta t$
  - lignes suivantes: recopier la formule en la tirant
- Dans la colonne I : accélération Euler
  - 1° ligne : formule  $\Leftrightarrow$  à  $a_i = B - Av_i$
  - Lignes suivantes : recopier la formule en la tirant

Dans la feuille « Graphes », deux courbes se tracent automatiquement donnant l'évolution au cours du temps de la vitesse : l'une correspond aux valeurs expérimentales, l'autre aux valeurs calculées.

- Comparer les graphiques  $v = f(t)$
- Quel est l'effet d'une diminution de la valeur du pas  $\Delta t$  ?

c) **résolution dans le cas de la 2° hypothèse**

- compléter la feuille de calcul « modélisation f=kv² » en précisant:
  - les Conditions Initiales  $t_0 = 0$  et  $v_0 = 0$
  - la valeur de  $v_\ell$
  - la valeur du pas  $\Delta t$  choisi
  - les valeurs de  $C$  et  $B$
- Dans la colonne D: temps
  - 1° ligne: la valeur de  $t_0$
  - 2° ligne: formule  $\Leftrightarrow$  à  $t_{i+1} = t_i + \Delta t$
  - lignes suivantes: recopier la formule en la tirant
- Dans la colonne E: vitesse Euler
  - 1° ligne: la valeur de  $v_0$
  - 2° ligne: formule  $\Leftrightarrow$  à  $v_{i+1} = v_i + a_i \Delta t$
  - lignes suivantes: recopier la formule en la tirant
- Dans la colonne F : accélération Euler

- 1° ligne : formule  $\Leftrightarrow a_i = B - Cv_i^2$
  - lignes suivantes: recopier la formule en la tirant
  - Comparer les graphiques  $v = f(t)$
  - Quel est l'effet d'une diminution de la valeur du pas  $\Delta t$  ?
- CONCLURE quand au modèle le mieux adapté pour décrire la situation expérimentale proposée.

## II ETUDE D'UNE CHUTE LIBRE

Simulateur Hatier TS, "chute avec frottement". Observer la chute d'une bille dans l'air.

*Données:*

Bille de rayon: 1 cm

Masse volumique de la bille:  $1260 \text{ kg m}^{-3}$

Viscosité de l'air:  $0,000018 \text{ N s m}^{-2}$

Masse volumique de l'air:  $1,3 \text{ kg m}^{-3}$

Prendre une hauteur de chute de 1 m, puis 10 m, puis 300m.

Dans "affichage", "graphe", sélectionner "vitesse" et dans "vecteurs", "afficher les vecteurs forces".

- Observer la chute puis conclure.

### 1. Enregistrement VIDEO d'une chute libre sans vitesse initiale

#### a) enregistrement à l'aide d'une WEBCAM

- Lancer le logiciel avec le raccourci « Vrecord ».

L'image doit apparaître dans la fenêtre (sinon aller dans le menu « Option » et cocher « Aperçu »)

et vous permettre de placer la règle, votre binôme et le projectile choisi, à environ 5m pour être dans le champ de la caméra.

- Dans le menu « Fichier », activer « Définir..... », choisir le nom que vous voulez donner au fichier puis **enregistrer votre vidéo dans le répertoire : Classes\$surAgecanonix\Classe de TS3\Echange\PHYSIQUE-CHIMIE\TP Physique**

- Donner une taille de 10 Mo au fichier de capture

- Dans le menu « Option » « Format vidéo » : Choisir une fréquence d'image de 25.000 (25 image par seconde)

- Dans le menu « Option » « Propriétés vidéo », décocher « Réglage Entièrement automatique » et passer à l'onglet « Commandes Caméra »

- Désactiver **la balance des blancs automatique** (Ainsi le logiciel travaillera moins lors de la capture)

- Désactiver **l'exposition automatique** La caméra vous indique la vitesse d'obturation choisie lors du réglage tout automatique (ici 1/50 s), augmenter à l'aide des curseurs la vitesse d'obturation (1/100s ou 1/250s) ainsi que le gain afin d'avoir une image contrastée sans être saturée.

- Dans le Menu « Capture », désactiver la capture de l'audio (pas de son)

- Dans le Menu « Capture », définir la fréquence image à 25 images par secondes (ips).

- Dans le menu « Capture » : aller dans « Définir le temps limite », cocher l'option temps limite et afficher la valeur : 3, valider.

- Revenir dans le menu « Option » afin de désactiver l'aperçu : cela allégera la tâche de l'ordinateur (moins d'images perdues)

- Dans le menu « capture » : valider : « Lancer capture » votre binôme se met en place et vous pouvez cliquer sur « OK »

#### Rem :

**La capture débutera environ une demi seconde après l'appui sur OK. Il faudra donc lâcher la balle environ une seconde après l'appui sur OK**

Quitter le logiciel.

#### b) traitement du fichier vidéo par AVIMECA

- Ouvrir le logiciel « Avimeca », (**Démarrer\Physique-chimie\Physique\Aviméca**)

- Charger le fichier précédent pour cela suivre les indications ci-dessous

« fichier », « ouvrir clip vidéo », « nom donné précédemment.avi ».  
**qui se trouve dans le répertoire : Classes\$surAgecanonix\Classe de TS3\Echange\PHYSIQUE-CHIMIE\TP Physique**

- Agrandir l'image à environ 200%

Cliquer sur  dans la barre de tache puis choisir 200% et valider

- Cliquer sur l'onglet « Etalonnage » (à droite)

- Choisir comme axe :



#### - Définir l'origine sur l'image :

Pour cela, cliquer au centre de la boule.

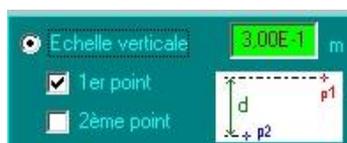
#### - Définir une échelle verticale :

Pour cela, cocher « Echelle verticale » puis « 1er point »

Ensuite, à l'aide de la souris cliquer sur le haut de la règle

Cocher ensuite dans « Echelle verticale » le « 2ème point » puis à l'aide de la souris cliquer sur le bas de la règle

Enfin, entrer dans « Echelle verticale » la valeur .....E.. en mètre



### - Pointage

Cliquer sur l'onglet « mesure »

Préciser le n° de l'image correspondant à l'origine des dates ( $t=0$  au moment où on lâche la boule), puis

Pour chaque image cliquer au centre de la boule

### Rem :

Si une image est perdue (la boule 2 fois au même endroit) allez à l'image suivante  sans cliquer sur la boule

- Lancer regressi à partir de aviméca :



On suppose que la poussée d'Archimède et les forces de frottements sont négligeables

Conditions initiales : à  $t = 0$

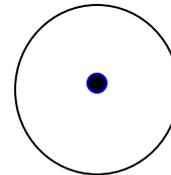
$$y_0 = 0 ; v_0 = 0$$

$(O, \vec{j})$

## 2. Exploitation de l'enregistrement

### a) Etude théorique

- Faire l'inventaire des forces extérieures appliquées à la boule.
- Sur le schéma ci-contre, faites figurer les forces
- Dans le repère choisi  $(O, \vec{j})$  (vertical vers le bas), appliquer la deuxième loi de Newton, projeter les vecteurs forces, en déduire que l'accélération se met sous la forme :  $a = g$  avec  $g$ , l'accélération de la pesanteur
- Etablir l'équation horaire de la vitesse :  $v(t)$  en fonction de  $g$  et de  $t$
- Etablir l'équation horaire de la position :  $y(t)$  en fonction de  $g$  et de  $t$



### b) Exploitation informatique

- Aller dans le logiciel Régressi

- Allez dans la fenêtre « grandeur »



- Cliquer sur l'onglet « Variable »

- Supprimer la variable  $x$  : Pour cela, cliquer sur « supprimer grandeur »  (C'est le Y- rouge barré)

- Créer la variable dérivée  $v = \frac{dy}{dt}$ , puis la variable  $a = \frac{dv}{dt}$  en utilisant : 

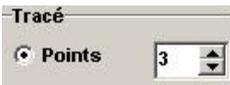
- Allez dans la fenêtre « graphe »



- Cliquer sur options



- Cocher « points »



et axes passant par 0

Axes passant par zéro

- Valider

### Vous pouvez maintenant visualiser la position $v(t)$ , la vitesse $v(t)$ ou l'accélération $a$ en fonction du temps

- Sélectionner les axes en cliquant sur « coordonnées »  décocher "Axes orthonormés"
- représenter la (les) courbe(s) que vous voulez étudier

### On peut aussi modéliser les différentes courbes, c'est à dire trouver une équation théorique

Par exemple, pour modéliser l'équation horaire de la position :  $y = f(t)$  il faut :

- Lancer la modélisation



- Cliquer sur « modèle prédéfini »



- Choisir le modèle puis valider

- Vous avez dans la fenêtre « expression du modèle » (à gauche), l'équation théorique de l'équation horaire de la position

### Remarque :

Supprimer dans l'expression du modèle, le(s) terme(s) constant(s), pour que votre équation théorique corresponde avec celle établie au a), pensez à mettre l'expression du modèle à jour avec un clic dans la barre d'outils (V rouge qui bouge)

### c) Questions:

- En théorie, quelle est l'allure de la courbe  $y = f(t)$  ?  $v = f(t)$  et  $a = f(t)$  ?

Cela est-il en accord avec l'expérience ? Si non, d'où peut provenir la différence entre l'étude théorique et la représentation graphique ?

- Recopiez sur votre rapport, l'expression numérique du modèle de  $y = f(t)$ , avec l'écart relatif que vous avez trouvé (appeler le prof pour qu'il confirme votre résultat)

- Déterminer la valeur du champ de pesanteur en modélisant soit  $v = f(t)$ , soit  $a = f(t)$  et en comparant les courbes avec votre étude théorique du 1).

Justifier la courbe que vous avez choisie et expliquer votre démarche.

Recopiez sur votre rapport, l'expression du modèle de votre courbe avec l'écart relatif

(appeler le prof pour qu'il confirme votre résultat)